

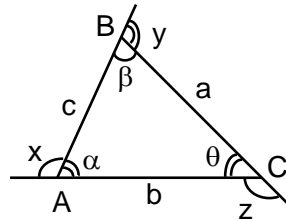
ACTIVIDAD DE TRIANGULOS

Responde:

- ¿Cómo se llama el polígono que tiene el menor número de lados?

.....

DEFINICIÓN: Se llama triángulo, a la figura formada por la reunión de los segmentos determinados al unir tres puntos no colineales.



ELEMENTOS:

1. Lados: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$
2. Vértices: A, B, C
3. Perímetro $2p$: $2p = a + b + c$
4. Semiperímetro: $p = (a + b + c) / 2$
5. Longitud de los lados:
 $AB = c$; $BC = a$ y $AC = B$

Medida de los ángulos de un triángulo ($m\angle$)

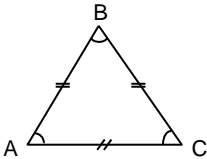
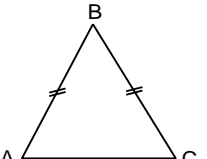
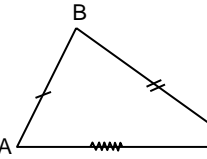
- Ángulos interiores
 $m\angle BAC = \alpha^\circ$; $m\angle ABC = \beta^\circ$; $m\angle BCA = \theta^\circ$
- Ángulos Exteriores
 $m\hat{x} = x^\circ$; $m\hat{y} = y^\circ$; $m\hat{z} = z^\circ$

NOTACIÓN:

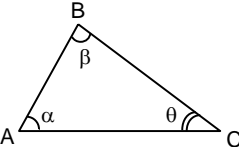
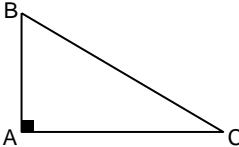
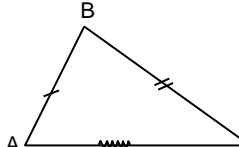
$$\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC}$$

CLASIFICACIÓN: Los triángulos se pueden clasificar, ya sea sus lados o según sus ángulos, de la siguiente manera:

CLASIFICACIÓN POR SUS LADOS

| Δ Equilátero | Δ Isósceles | Δ Escaleno |
|---|--|---|
|  <p>Sus tres lados tienen la misma medida, es decir, son congruentes</p> |  <p>Dos de sus lados son congruentes, el lado desigual se llama base. Los ángulos en la base son congruentes.</p> |  <p>Sus tres lados y sus tres ángulos tienen diferente medida. No son congruentes</p> |

POR SUS ÁNGULOS

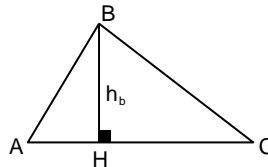
| Δ Acutángulo | Δ Rectángulo | Δ Obtusángulo |
|---|---|--|
|  <p>Sus tres ángulos son agudos, es decir miden menos de 90°.</p> |  <p>Presenta un ángulo recto. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos y el que se opone al ángulo recto se llama hipotenusa.</p> |  <p>Presenta un ángulo obtuso, es decir un ángulo que mide más de 90°. El lado opuesto al ángulo obtuso es el lado mayor.</p> |

OBSERVACIONES:

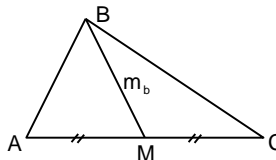
1. Es un triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto es la hipotenusa y los lados que determinan el ángulo recto, son los catetos. La longitud de la hipotenusa siempre es mayor que cualquiera de los catetos.
2. Los triángulos que no son rectángulos se llaman, en general, oblicuángulos.
3. Un triángulo no puede tener más de un ángulo obtuso.
4. En todo triángulo, uno de los lados cualesquiera puede ser la base mientras que en un triángulo isósceles, se considera como base al lado desigual.

LÍNEAS NOTABLES

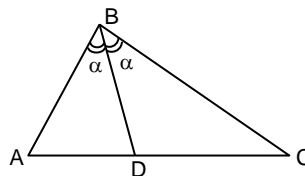
1. **Altura** (\overline{BH}): Es el segmento perpendicular, trazado desde un vértice (B) al lado opuesto (\overline{AC}) o a su prolongación. Se simboliza mediante la letra "h" acompañada por un subíndice que representa al lado donde cae la altura.



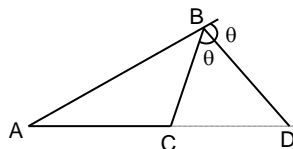
2. **Mediana** (\overline{BM}): Se denomina mediana al segmento trazado desde un vértice (B) al punto medio (M) del lado opuesto (\overline{AC}) de un triángulo. Se simboliza mediante la letra "m" acompañada por un subíndice que representa al lado en el cual cae la mediana.



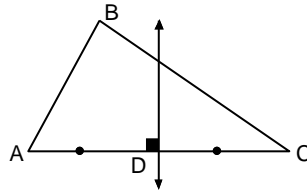
3. **Bisectriz Interior (BD)**: Se denomina bisectriz interior al rayo que partiendo de un vértice (B) de un triángulo, divide a su ángulo interior correspondiente en dos ángulos cuyas medidas son iguales. Para el cálculo de su medida, se considera tan solo la porción de rayo contenido en el triángulo (BD).



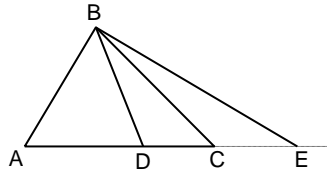
4. **Bisectriz Exterior (BD)**: Se denomina bisectriz exterior al rayo que partiendo de un vértice (B) de un triángulo, se divide a su ángulo exterior correspondiente en dos ángulos cuyas medidas son iguales. Para el cálculo de su medida, se considera únicamente la porción de rayo comprendida entre el vértice y la prolongación del lado opuesto.



5. **Mediatriz (L)**: Se denomina mediatriz, a la perpendicular que se levanta desde el punto medio de un lado del triángulo. Para el cálculo de su medida, se considera tan solo la parte de recta comprendida entre dos lados del triángulo.

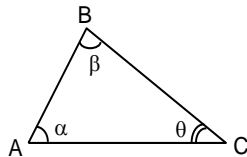


6. **Ceviana:** Es aquel segmento que partiendo desde un vértice de un triángulo (B) cae en el lado opuesto (BD, Ceviana interior) o en la prolongación de este (BE, Ceviana exterior).



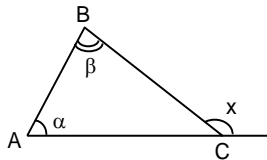
TEOREMAS FUNDAMENTALES

- 1) La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es 180°



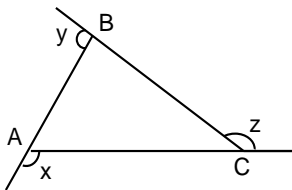
$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

- 2) En todo triángulo, la medida de un ángulo es igual la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes al ángulo exterior.



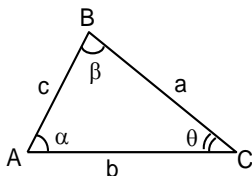
$$x = \alpha + \beta$$

- 3) La suma de las medidas de los ángulos exteriores de un triángulo, uno por vértice, es igual a 360° .



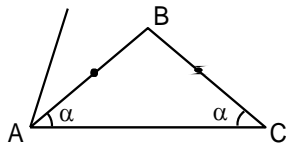
$$x + y + z = 360^\circ$$

- 4) En un mismo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.



$$\text{Si: } b > a > c \Rightarrow \beta > \alpha > \theta$$

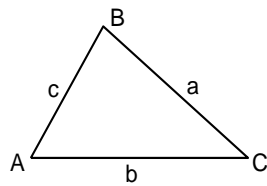
- 5) En un mismo triángulo, a lados congruentes se oponen ángulos congruentes y viceversa.



Si: $AB = BC \Rightarrow m\angle A = m\angle C$

6) CONDICIÓN DE EXISTENCIA DEL TRIANGULO

En todo triángulo, la longitud de uno de sus lados es menor que la suma de las longitudes de los otros dos, pero a su vez, mayor que su diferencia.

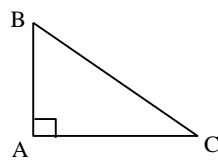


Si: $b > a > c$

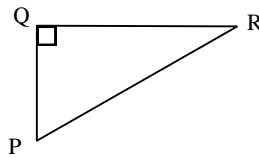
$a - c < b < a + c$

PRÁCTICA DE CLASE

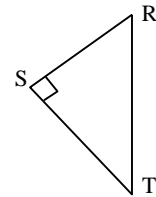
1. Observa los triángulos y completa:



Cateto :
 Cateto :
 Hipotenusa :



\overline{PQ} :
 \overline{RP} :
 \overline{QR} :

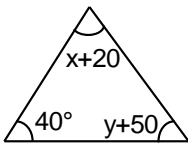


Cateto :
 Cateto :
 \overline{RT} :

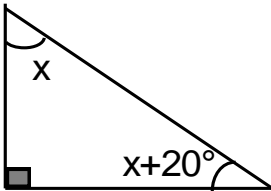
2. Marca con un aspa los casilleros correspondientes a la clasificación de cada triángulo según sus lados y ángulos.

| | | | | | |
|-------------|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
| Isósceles | | | | | |
| Escaleno | | | | | |
| Equilátero | | | | | |
| Rectángulo | | | | | |
| Acutángulo | | | | | |
| Obtusángulo | | | | | |

3. Hallar $x+y$.

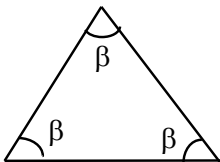


4. Hallar x .

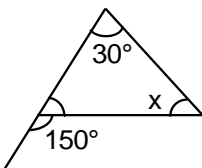


5. Hallar los ángulos de un triángulo rectángulo, están en la relación de 4 a 5.

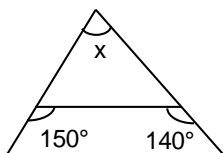
6. Hallar β .



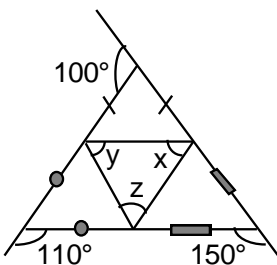
7. Hallar x .



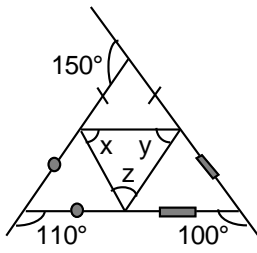
8. Hallar x .



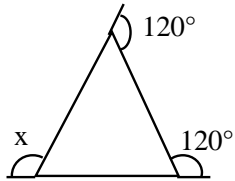
9. Hallar x, y, z .



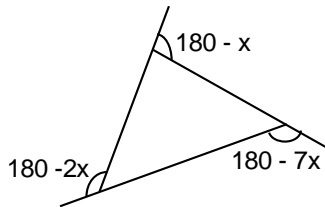
10. Hallar x , y , z .



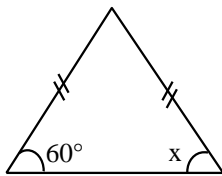
11. Hallar x .



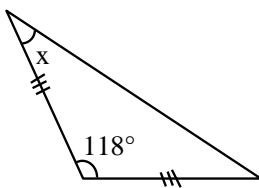
12. Hallar x .



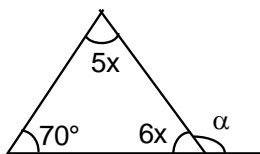
13. Hallar x .



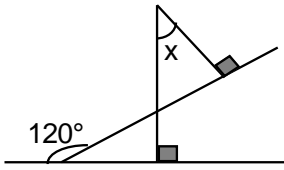
14. Hallar m .



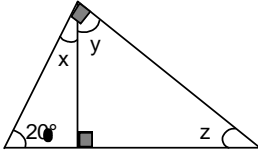
15. Hallar α .



16. Hallar x.



17. Hallar los ángulos x; y; z.



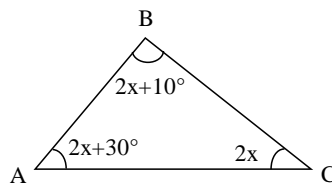
18. En un triángulo ABC, se traza su mediana AM, tal que: $BM = 2x + 5$ y $MC = x + 8$. Hallar “x”

19. La recta L, mediatriz del lado AB, corta a dicho lado en el punto F, de modo que $AF = x + 4$ y $FB = 10$. Hallar “x”.

20. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior CD de modo que: $m\angle ACD = x + 30^\circ$ y $m\angle DCB = 70^\circ$. Hallar el valor de “x”

EJERCICIOS

1. En el triángulo, hallar el valor de x:



- a) 20 b) 30 c) 60 d) N.a.

2. En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos mide 35° . ¿Cuánto medirá el otro ángulo agudo?

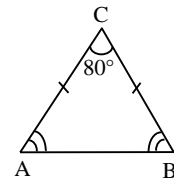
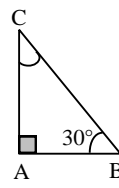
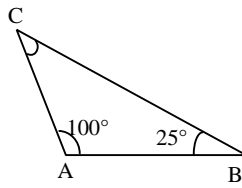
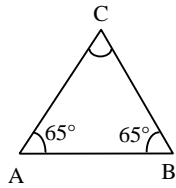
- a) 145° b) 65° c) 55° d) N.a.

3. En un triángulo isósceles, el ángulo desigual mide 112° . ¿Cuánto medirán los otros ángulos?

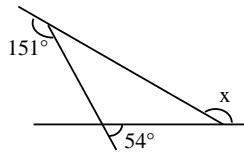
- a) 68° b) 34° c) 90° d) N.a.

TAREA DOMICILIARIA

1. Calcula en los triángulos, el valor del ángulo C:

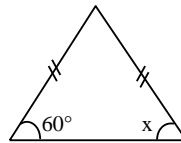


2. En el triángulo, hallar el valor de x:



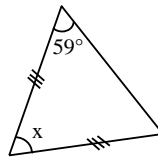
- a) 155° b) 165° c) 115° d) 185° e) 195°

3. En el triángulo, hallar el valor de x:



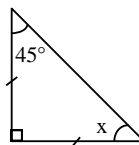
- a) 55° b) 65° c) 60° d) 85° e) N.A.

4. En el triángulo, hallar el valor de x:



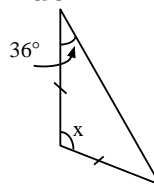
- a) 65° b) 66° c) 75° d) 62° e) 90°

5. En el triángulo, hallar el valor de x:



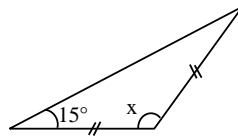
- a) 55° b) 65° c) 45° d) 85° e) N.A.

6. En el triángulo, hallar el valor de x:



- a) 145° b) 165° c) 100° d) 108° e) N.A.

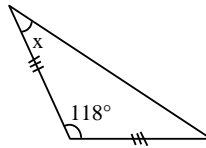
7. En el triángulo, hallar el valor de x:



(07)

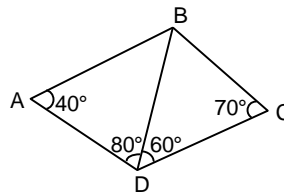
- a) 150° b) 160° c) 115° d) 125° e) 195°

8. En el triángulo, hallar el valor de x:



- a) 45° b) 31° c) 35° d) 15° e) 25°

9. En la figura mostrada hallar el segmento de menor longitud.



- a) \overline{AB} b) \overline{BC} c) \overline{CD} d) \overline{AD} e) \overline{BD}

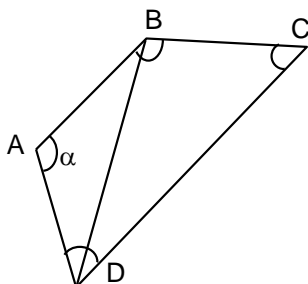
10. ¿Cuál es el perímetro del mayor triángulo equilátero, cuyo lado es un número entero, que se puede construir sobre un lado de un triángulo cuyos otros lados miden 2 m y 9 m?

- a) 9 m b) 18 m c) 24 m d) 30 m e) N.a.

CUADRILÁTEROS

Es la figura, geométrica plana determinada por la unión de cuatro puntos no colineales mediante segmentos de recta de modo que estos segmentos no se intersecan.

Elementos:



Lados : AB ; BC ; CD ; AD

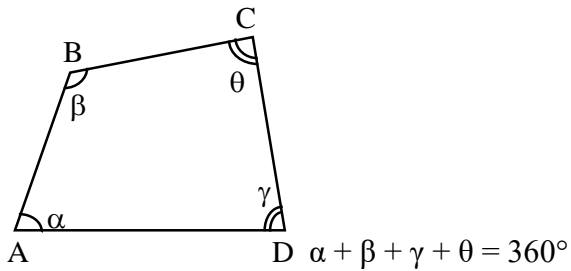
Vértices : A ; B ; C ; D

Ángulos internos : α

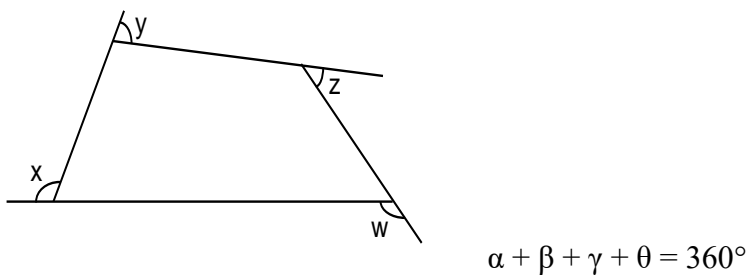
Diagonal : BD

PROPIEDADES EN CUADRILÁTEROS

01. La suma de las medidas de sus ángulos interiores es igual a 360°

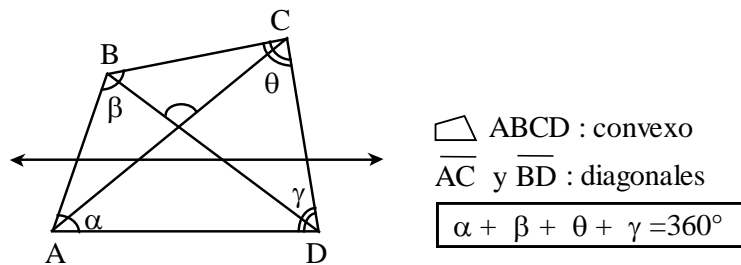


02. La suma de las medidas de sus ángulos exteriores es igual a 360°

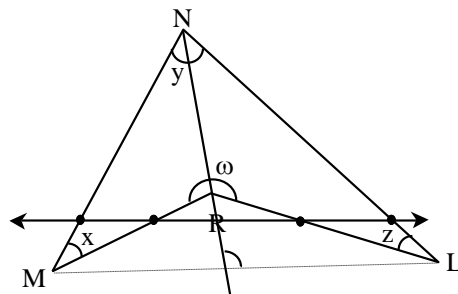


De acuerdo al tipo de región que limita, un cuadrilátero puede ser convexo o cóncavo.

Cuadrilátero Convexo



Cuadrilátero Cóncavo

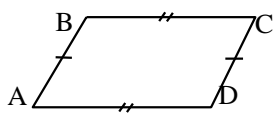
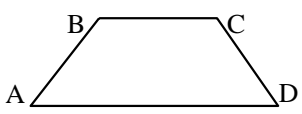
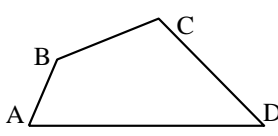


$\triangle MNLR$: cóncavo en R ($\omega > 180^\circ$)

\overline{ML} y \overline{NR} : diagonales

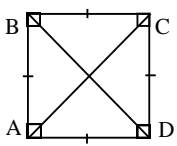
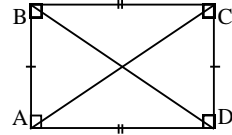
$$x + y + z + \omega = 360^\circ$$

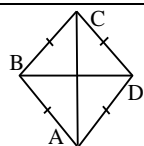
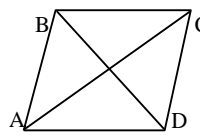
CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS CONVEXOS

| PARALELOGRAMO | TRAPECIO | TRAPEZOIDE |
|--|---|--|
|  <p>Tiene sus lados opuestos paralelos y congruentes.</p> $\overline{BC} \parallel \overline{AD} \quad \text{y} \quad \overline{BC} = \overline{AD}$ $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \quad \text{y} \quad \overline{AB} = \overline{CD}$ |  <p>Tiene un par de lados paralelos.</p> $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ |  <p>No tiene lados paralelos</p> |

PARALELOGRAMOS:

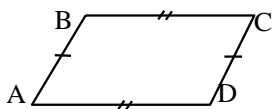
Los paralelogramos se clasifican en:

| CUADRADO | RECTANGULO |
|---|---|
|  <ul style="list-style-type: none"> - Cuatro lados iguales - ángulos rectos - Diagonales iguales y perpendiculares. |  <ul style="list-style-type: none"> - Lados paralelos de igual medida. - ángulos rectos - diagonales iguales |

| ROMBO | ROMBOIDE |
|---|---|
|  <ul style="list-style-type: none"> - lados de igual medida - ángulos no rectos - Diagonales perpendiculares. |  <ul style="list-style-type: none"> - Lados paralelos de igual medida. - ángulos no rectos - diagonales desiguales y oblicuas. |

Propiedades en Paralelogramos:

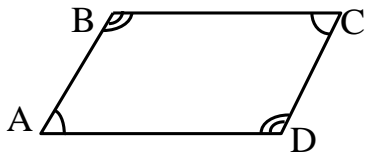
1. Los lados opuestos son congruentes.



$$\overline{BC} = \overline{AD}$$

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

2. Los ángulos opuestos son congruentes.



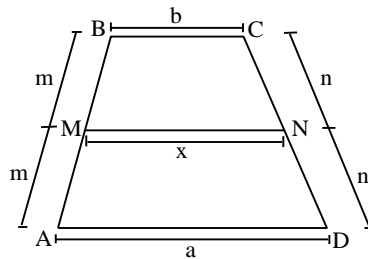
TRAPECIOS:

Los paralelogramos se clasifican en:

| T. ESCALENO | T. RECTÁNGULO | T. ISOSCELES |
|---|--|--|
| <p>Si: $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $\overline{AB} \neq \overline{CD}$</p> | <p>Si: $m\angle ABC = m\angle BAD = 90^\circ$</p> | <p>Si: $BC \parallel AD$ y $AB = CD$</p> |

Propiedades en Trapecios:

1. En todo trapecio la base media es paralela a las bases del trapecio, además su longitud es igual a la semisuma de las longitudes de dichas bases.

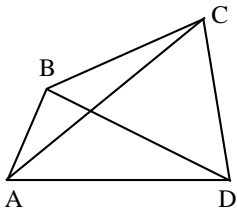
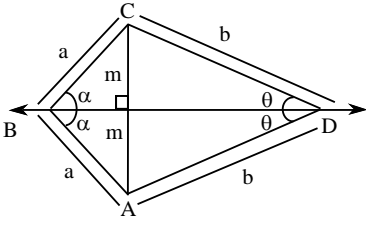


Si \overline{MN} es la base media del trapecio ABCD \Rightarrow $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$

Además : $x = \frac{a+b}{2}$

TRAPEZOIDES:

Los trapezoides se clasifican en:



| TRAPEZOIDE ASIMÉTRICO | TRAPEZOIDE SIMÉTRICO |
|--|--|
|  <p>Si: $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$</p> |  <p>Si: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ Además: \overleftrightarrow{BD} mediatriz de \overline{AC}</p> |

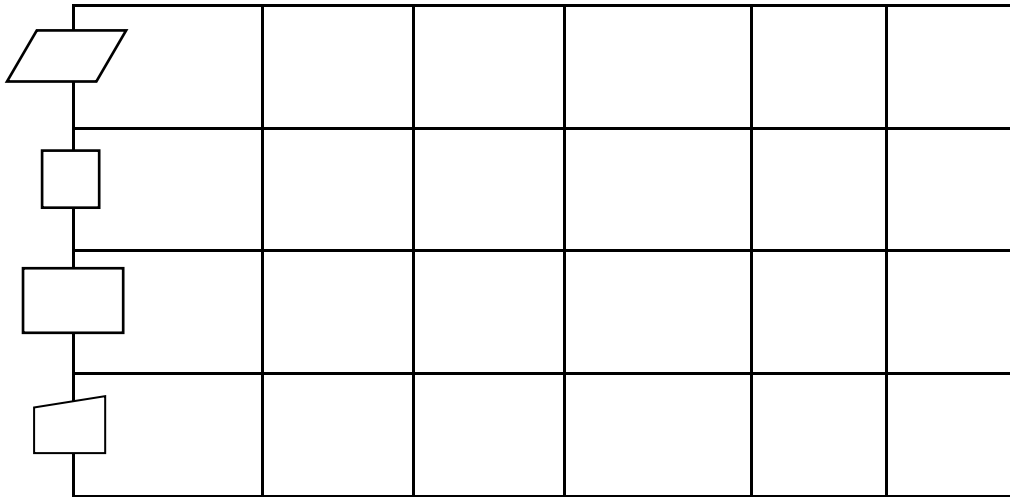
PRÁCTICA DE CLASE

1. Completo:

- * El trapezoide tiene lados.....
- * El paralelogramo tiene sus lados paralelos y
- * El trapecio tiene par de lados
- * Las diagonales de los Se cortan en su punto medio.
- * Las diagonales del y del son perpendiculares.
- * En ely en el Una diagonal es mediatriz de la otra.
- * En los, los ángulos a un lado no paralelo son

2. Completa la tabla con Si o No, según corresponda.

| | Los lados ¿son congruentes? | Los lados opuestos ¿son congruentes? | Los lados Consecutivos ¿son perpendiculares? | Los lados opuestos ¿son paralelos? | ¿hay dos lados opuestos paralelos? |
|---|-----------------------------|--------------------------------------|--|------------------------------------|------------------------------------|
|  | | | | | |
|  | | | | | |



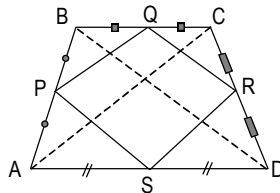
3. En un paralelogramo ABCD, $AB = 15$ y $CD = 3x + 6$. Hallar "x"
4. En un paralelogramo ABCD, $AB = 5x - 12$ y $CD = 3x + 6$. Hallar "x"
5. En un trapecio isósceles ABCD, $BC \parallel AD$, $AB = 2x + 1$ y $CD = x + 6$. Hallar "x"
6. Dos lados de un rombo miden: $7x - 21$ y $4x + 12$. Hallar "x"
7. En un cuadrilátero ABCD, $m\angle A = 2m\angle B$. $m\angle C = 110^\circ$ y $m\angle D = 100^\circ$. Hallar " $m\angle A$ "
8. Uno de los lados de un rectángulo mide $3x + 5$ y su lado opuesto mide 17. Hallar "x".
9. En un cuadrilátero se sabe que las medidas de los ángulos exteriores en A, B y C miden "x", "2x" y "3x" respectivamente y la medida del ángulo interior en D mide 60° . Hallar "x".
10. En un cuadrilátero convexo, la suma de las medidas de tres de sus ángulos interiores es 280° . Hallar la medida del cuarto ángulo interior.

EJERCICIOS

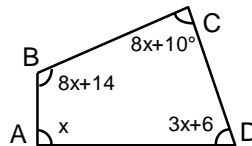
1. Hallar la mediana de un trapecio, si una de las bases es los $\frac{3}{5}$ de la otra que mide 20 cm.
 - a) 12 cm
 - b) 14 cm
 - c) 16 cm
 - d) 18 cm
 - e) N.A.
2. Las bases de un trapecio miden 20 cm, y 26 cm. Hallar la medida de la mediana.
 - a) 46 cm
 - b) 23 cm
 - c) 48 cm
 - d) 24 cm
 - e) N. A.

3. La mediana de un trapezio mide 20 cm, si una de las bases mide 12 cm. Hallar la medida de la otra base.
- a) 18 cm b) 24 cm c) 28 cm d) 34 cm e) NA

4. Hallar el perímetro del cuadrilátero PQRS . Si $AC + BD = 16$ mt.



- a) 4m b) 8m c) 12m d) 16m e) 24m
5. En la figura. Hallar el suplemento de "x"



- a) $16,5^\circ$ b) $195,5^\circ$ c) $163,5^\circ$ d) 150° e) N.A.

TAREA DOMICILIARIA

- En un cuadrilátero ABCD, $m\angle A = 3m\angle B$. $m\angle C = 110^\circ$ y $m\angle D = 130^\circ$. Hallar " $m\angle B$ ".
- Uno de los lados de un rectángulo mide $2x + 5$ y su lado opuesto mide $4x - 13$. Hallar " x ".
- En un cuadrilátero se sabe que las medidas de los ángulos exteriores en A, B y C miden " x ", " $3x$ " y " $6x$ " respectivamente y la medida del ángulo interior en D mide 100° . Hallar la medida de los ángulos exteriores en A, B y C.
- En un cuadrilátero convexo, la suma de las medidas de tres de sus ángulos interiores es 293° . Hallar la medida del cuarto ángulo interior.
- En un trapecio isósceles ABCD, $BC \parallel AD$, $m\angle A = 50^\circ$ y $m\angle D = x + 10^\circ$. Hallar " x ".