

FICHAS DE LA FUNCION

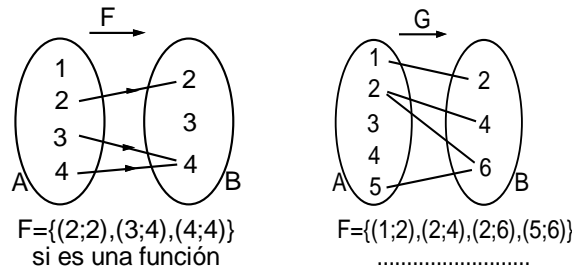
Una función es un conjunto de pares ordenados, es decir una relación pero con una característica especial: al tomar dos pares cualesquiera de aquella, esto no tiene la misma primera componente lo cual significa que si todos los pares de la función son distintos entre sí su primera componente son todas distintas.

Definición: Dada la relación $F: A \rightarrow B$, se dice que es una función si sólo si para cada $x \in A$, existe a lo más un $y \in B$ que le corresponde a través de F .

Ejemplo 1: En cada caso, reconocer si el conjunto de pares dados es una función:

- $F = \{(1;2), (2;5), (3;1), (4;3), (5;1), (6;4)\}$ si es función
- $G = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6)\}$ si es función
- $H = \{(2;2), (3;1), (4;2), (2;5), (5;3)\}$ no es función

Ejemplo 2: De los siguientes diagramas sagitales, reconocer si es o no una función:



PROPIEDAD

Dado un conjunto de pares ordenados F , donde $(a;b)$ y $(a;c)$ son de ellos:

$$F \text{ es una función} \Leftrightarrow b = c$$

Ejemplo 3: Calcular m y n para que el conjunto:

$$F = \{(2; 9), (3; 11), (4; m+2), (3; 2m+n), (4; 4)\}$$

sea una función.

Para que F sea una función, se debe cumplir que:

- $(3;11)$ y $(3;2m+n) \in F \rightarrow 11 = 2m + n \dots(1)$
- $(4;m+2n)$ y $(4;4) \in F \rightarrow m + 2n = 4 \dots\dots(2)$

Resolviendo (1) y (2): $m = 6$; $n = -1$

Ejemplo 4: Calcular a y b sabiendo que el conjunto sea una función:

$$G = \{(5; 11), (8; 27), (13; 7), (8; 2m+n), (10; 20), (13; 2m-n)\}$$

Solución:

DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN

La definición del dominio y el rango de una función es análoga al caso de una relación

Ejemplo 5: Para la función : $F = \{(3; 2), (1; 0), (2; 0), (0; 1), (4; 2)\}$

$$\text{Dom}(F) = \{3, 1; 2; 0; 4\} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$\text{Ran}(F) = \{2; 0; 0; 1; 2\} = \{0; 1; 2\}$$

y para la función : $G = \{(1; 4), (2; 4), (3; 4), (4; 4), (5; 4)\}$

$\text{Dom}(G) = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$ y $\text{Ran}(G) = \{ 4 \}$

EVALUACION DE UNA FUNCION

Dada una función: $y = F(x)$; $x \in \text{Dom}(F)$.

Para $x = a$ ($a \in \text{Dom}(F)$) se dice que $y = F(a)$ es un valor de la función y además el par $(a ; F(a))$ es un elemento de F .

Ejemplo 6: Considerando la función del ejemplo 35:

$$F = \{(3; 2)(1; 0)(2; 0)(0; 1)(4; 2)\}$$

Supongamos la existencia de una regla de correspondencia: $y = F$, entonces este conjunto se puede colocar así:

$$F = \{(3 ; F_{(3)}), (1 ; F_{(1)}), (2 ; F_{(2)}), (0 ; F_{(0)}), (4 ; F_{(4)})\}$$

Con lo cual:

$$F_{(3)} = 2, F_{(1)} = 0, F_{(2)} = 0, F_{(0)} = 1, F_{(4)} = 2\}$$

Observese que todos estos valores forman el rango de la función F .

REPRESENTACION GRAFICA DE UNA FUNCION

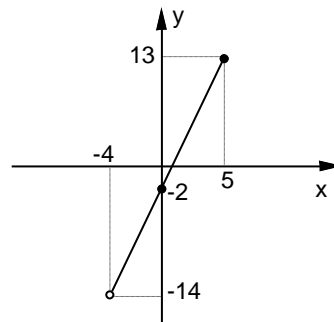
Ya sabemos que la grafica cartesiana de una relación puede ser un trazo continuo o discontinuo, abierto o cerrado, o talvez una región o porción del plano.

Para una función, su gráfica solo puede ser un trazo (continuo o discontinuo) abierto, que en algunos casos se denomina curva.

Ejemplo 7: Para la función :

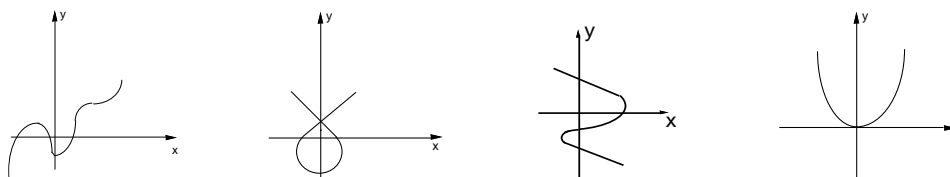
$$F(x) = 3x - 2 ; x \in] - 4 ; 5]$$

Su gráfica, como se verá más adelante, es:



PROPIEDADES: En el plano cartesiano, una curva corresponde a la gráfica de una función sí sólo si cualquier línea vertical interseca dicha gráfica a lo más en un punto.

Ejemplo 8: Reconocer en cada caso si la gráfica corresponde a uan función:



PRÁCTICA DE CLASE

1. Sean los conjuntos: $A = \{\text{Trujillo, Huaraz, Chiclayo}\}$ $B = \{\text{Ancash, La Libertad, Lambayeque, Piura}\}$ con una relación definida por “a es la capital de b”. Hallar:

a) La relación:

b) Conjunto de Partida:

.....

c) Conjunto de llegada:

.....

d) El dominio

.....

e) El rango:

.....

f) Diagrama sagital

2. Sean los conjuntos: $D = \{6; 7; 8\}$ y $E = \{2; 3; 4\}$ con R definida por “a es múltiplo de b”. Hallar

a) $D \times E$

.....

b) La Relación:

.....

c) El conjunto de partida:

.....

d) El conjunto de llegada:

.....

e) El Dominio:

.....

f) El Rango:

.....

g) Diagrama Sagital:

h) Diagrama Cartesiano:

3. Dados los conjuntos $A = \{1; 3; 5\}$ y $B = \{2; 4; 6\}$ con R definido por " $a + b = 7$ ". Hallar:

a) La Relación:

.....

b) El conjunto de llegada

c) El conjunto de partida:

.....

d) El Dominio

e) El Rango:

.....

f) Diagrama Sagital

g) Diagrama Cartesiano:

4. Sea $A = \{a, b, c\}$ y la relación en A definida por " $a = b$ ". Hallar:

a) $A \times A$

b) La Relación:

.....

c) El conjunto de partida

d) El conjunto de llegada:

.....

e) El Dominio

f) El Rango:

.....

g) Diagrama Sagital

h) Diagrama Cartesiano:

5. Sea $C = \{5; 8; 10\}$ y la relación en C definido por " a divisible b ". Hallar:

a) $C \times C$

b) La Relación:

.....

c) El conjunto de partida

d) El conjunto de llegada:

.....

e) El Dominio

f) El Rango:

.....

g) Diagrama Sagital

h) Diagrama Cartesiano:

6. Hallar la suma de los elementos del dominio de la siguiente relación:

$$R = \{(1;3), (-2; 4), (3; 4), (7; -8), (6; 3)\}$$

- a) 15 b) 17 c) 6 d) 7 e) NA

7. Hallar la suma de los elementos del rango de la siguiente relación:

$$R = \{(1;3), (-2; 4), (3; 4), (7; -8), (6; 3)\}$$

- a) 15 b) 17 c) 6 d) 7 e) NA

8. Dado el conjunto $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$, $R \subset A \times A$; $(a; b) \in R \Leftrightarrow a$ es divisor de b . Hallar $n(R)$.

- a) 10 b) 20 c) 15 d) 25 e) 30

EJERCICIOS

1. Sea R la relación de: $A = \{2, 4, 6, 8\}$

en $B = \{3,5,7\}$; definida por: $(a; b) \in R$ si y sólo si $a < b$. Indicar el número de elementos de R .

- a) 12 b) 7 * c) 6
d) 4 e) 8

2. Dado el conjunto: $A = \{1; 2; 5/2; 3\}$

Encontrar por extensión la siguiente relación en A :

$$R_1 = \{(x,y) / x^2 + y^2 < 8\}$$

- a) $R_1 = \{(1,1), (2,2), (1,2), (2,1)\}$
b) $R_1 = \{(1,1), (1,2), (1, 5/2), (5/2, 1), (2,1), (2,2)\}$
c) $R_1 = \{(1,2), (1,3), (3,3)\}$
d) $R_1 = \{(1,1), (2,2), (5/2, 5/2), (3,3)\}$
e) $R_1 = \{(1,3), (3,1), (2,2)\}$

3. ¿Qué conjunto de pares ordenados:

$$R_1 = \{(3;2), (4; 6), (5; -1)\}$$

$$R_2 = \{(1; 2), (1; 3), (1; -2)\}$$

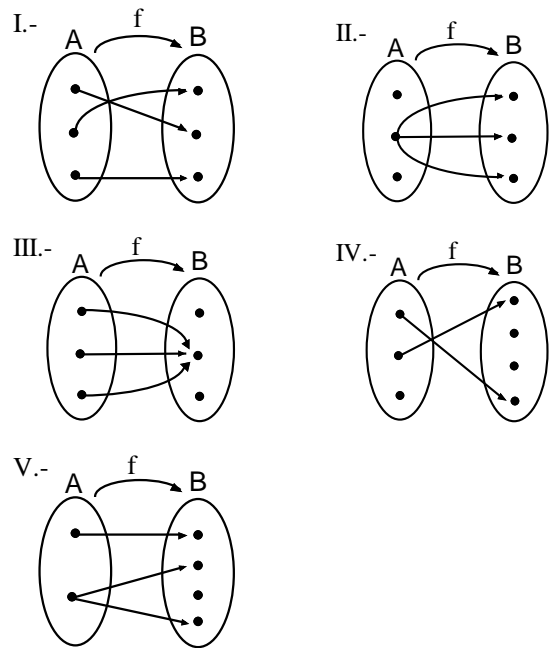
$$R_3 = \{(1; 4), (3; 4), (7; 3)\}$$

$$R_4 = \{(3; 6), (3; 7), (4; 7)\}$$

Son funciones:

- a) $R_1 \wedge R_3$ b) $R_1 \wedge R_2$ c) $R_2 \wedge R_4$
d) $R_3 \wedge R_4$ e) N.a

4. ¿Cuáles de los siguientes diagramas de Venn – Euler representen a funciones:



TAREA DOMICILIARIA

1. Dados los conjuntos: $A = \{2; 3; 8\}$ $B = \{2; 4; 6; 8\}$ y $C = \{3; 4; 5; 6\}$. Hallar:

- $R_1 = \{(a, b) \in A \times B / a < b\}$
- $R_2 = \{(a, c) \in A \times C / a = c\}$
- $R_3 = \{(b, c) \in B \times C / b + c = 9\}$
- $R_4 = \{(c, a) \in C \times A / c - a = 1\}$
- $R_5 = \{(b, c) \in B \times C / b > c\}$

* Para cada Relación hallar el producto cartesiano, el conjunto de partida y llegada, el dominio y rango, y los diagramas.

* Determine cuáles son funciones y cuáles no lo son.