



INTRODUCCION A LA PROBABILIDAD

El lanzamiento de las tres monedas es un **experimento aleatorio**.

Al responder preguntas como:

1. ¿Se obtendrá al menos un sello?
2. ¿Es muy posible que se obtengan dos caras?

Damos lugar a **sucesos** los cuales pueden tener uno o varios resultados.

Veamos otro ejemplo:

Lancemos un dado sobre una mesa. Aquí nos podremos preguntar ¿Saldrá el resultado menor que 4? ¿Saldrá impar? De cada una de estas preguntas surge un suceso.

SUCESOS	RESULTADOS
“menor que 4”	(1, 2, 3)
“obtener impar”	(1, 3, 5)
“sacar 3”	(3)
“tres o mas”	(3, 4, 5, 6)

REVISEMOS EL DICCIONARIO :

1. Experimento Aleatorio :

Es un experimento en el que no se puede predecir resultado. Decimos entonces que el experimento está sujeto al azar.

Ejemplos :

- * tirar un dado
- * lanzar una moneda al aire
- * extraer al azar una bola de una urna donde hay bolas de igual tamaño pero de distintos colores.

2. Espacio Muestral :

Es el conjunto de todos los resultados que se obtiene al realizar un experimento.

Cada subconjunto del espacio muestral se llama **suceso**

Si este último consta de un solo elemento se llama **suceso elemental**.

Ejemplo :

Cuando lanzamos un dado, el espacio muestral E es :

$$E = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6 \}$$

Este espacio muestral tiene 6 sucesos elementales.

“Obtener par” es un suceso cuyo resultado es el conjunto {2; 4; 6}

PROPIEDADES DE LA FRECUENCIA Y DE LA PROBABILIDAD

Frecuencia Absoluta y Frecuencia Relativa de un Suceso

Digamos que tenemos un experimento aleatorio realizado N veces.

F_A = frecuencia absoluta de A = n

f_A = frecuencia relativa de A = $\frac{n}{N}$

Propiedad Fundamental

Si $f(s)$ es la frecuencia relativa de un suceso S se comprueba que :

$$0 \leq f(s) \leq 1$$

Demostración:

De la definición de frecuencia resulta que el número de veces que se presenta el suceso S en N pruebas cumple con:

$0 \leq n \leq N$; dividiendo todo por N :

$$\frac{0}{N} \leq \frac{n}{N} \leq \frac{N}{N} \quad \text{ó} \quad 0 \leq f(s) \leq 1$$

Probabilidad de un Suceso (p) :

Sigamos con el dado. El suceso “salir impar” se verifica al obtener 1 ó 3 ó 5.

Resultados favorables = 3

Resultados posibles = 6

Entonces esperamos que salga impar 3 de cada 6 veces es decir :

Probabilidad de que salga impar $\frac{3}{6} = 0,5$

o también $P\{1; 3; 5\} = 0,5$

Más ejemplos regresamos a la TABLA N° 5

SUCESO	PROBABILIDAD
“menor que 4” ó $\{1; 2; 3\}$	$3/6 = 0,5 = 50\%$
“obtener impar” ó $\{1; 3; 5\}$	$3/6 = 0,5 = 50\%$
“sacar 3” ó $\{3\}$	$1/6 = 0,17 = 17\%$
“tres o más” ó $\{3; 4; 5; 6\}$	$4/6 = 0,67 = 67\%$

Sucesos Equiprobables :

Son aquellos que tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Al tirar el dado existen 6 posibilidades de resultado; cada una con $p = 1/6$

Regla de Laplace :

Cuando los resultados son Equiprobables:

$$p(A) = \frac{\text{Probabilidad de un suceso A}}{\text{N° de resultados posibles}} = \frac{\text{N° de resultados favorables a A}}{\text{N° de resultados posibles}}$$

Ejemplo :

En una urna se tienen 8 bolas numeradas del 1 al 8. todas del mismo peso, tamaño y color. ¿Cuál es la probabilidad de extraer al azar bolas numeradas menores que 6?

Suceso : “menor que 6” ó $\{1; 2; 3; 4; 5\}$

N° de resultados favorables = 5

N° de resultados posible = 8

Probabilidad = $p = 5/8$

ó $p = 0,625$

La probabilidad de un suceso es un número comprendido entre 0 y 1

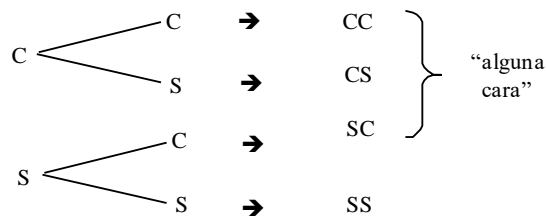
Si $p = 0$ suceso imposible; si $p = 1$ suceso seguro.

Diagrama del Árbol

Veamos un caso, lanzamos dos monedas al aire.

Se nos pide calcular la probabilidad de obtener alguna cara.

Moneda 1 Moneda 2



Nº de casos favorables = 3

Nº de casos posibles p (alguna cara) = $\frac{3}{4}$

PRÁCTICA

01. Se lanza un dado sobre la mesa. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento ?
2. ¿Cuál es la probabilidad que al lanzar un dado sobre una mesa, resulte un número menor que 5 ?
03. ¿Cuál es la probabilidad que al lanzar un dado sobre una mesa, resulte un número menor que 2 ?
04. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un **as** al extraer una carta de una baraja de 52?
05. En una urna hay 12 bolas del mismo tamaño y hechas del mismo material, de las cuales 5 son de color rojo, 3 blancas y el resto negras. ¿Cuál es la probabilidad de al extraer una resulte negra?
06. Vitucho, tiene 4 pares de zapatos del mismo modelo pero de diferentes colores, todos colocados en una caja y en forma desordenada. ¿Cuál es la probabilidad de que, a oscuras, pueda extraer un par del mismo color?
07. Se lanzan dos monedas, simultáneamente. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento?
08. Se lanzan dos monedas simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras?

09. Al lanzar simultáneamente dos monedas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener por lo menos una cara?
10. Se lanzan dos dados simultáneamente y se anotan los resultados. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento?
11. Al lanzar dos dados simultáneamente, ¿Cuál es la probabilidad de que resulten dos números iguales?
12. En simultaneo se lanzan dos dados sobre la mesa. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números que sumen más de 9?
13. ¿Cual es la probabilidad que al lanzar dos dados simultáneamente, resulten dos números que sumen más de 7?
14. ¿Cual es la probabilidad que al lanzar dos dados simultáneamente, los números obtenidos tengan por suma 10?
15. Al lanzar dos dados, ¿Cuál es la suma más probable para los números obtenidos?

EJERCICIOS

01. Se lanza un dado y una moneda sobre la mesa. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento?
a) 6 b) 12 c) 18 d) 24 e) NA
02. Se lanzan 3 monedas sobre la mesa. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento?
a) 6 b) 12 c) 8 d) 24 e) NA
03. Se saca una carta de una baraja. ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral de este experimento?
a) 56 b) 48 c) 52 d) 44 e) NA
04. Se lanza un dado y una moneda sobre la mesa. Calcule la probabilidad de obtener un sello acompañado de puntaje par
a) 1/2 b) 1/4 c) 1/8 d) 1/3 e) NA
05. Se lanza un dado y una moneda sobre la mesa. Calcule la probabilidad de obtener una cara acompañado de un puntaje no menor de 3.
a) 1/2 b) 1/4 c) 1/8 d) 1/3 e) NA

TAREA

- 01.** ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo al lanzar un dado?
- 02.** ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras al lanzar al aire dos monedas?
- 03.** Se lanzan dos dados sobre una mesa ¿Cuál es la probabilidad que la diferencia de los puntos sea menor que 3?
- 04.** En una fiesta por cada tres varones habían dos mujeres. A la media noche se retira una persona. ¿Cuál es la probabilidad que sea mujer?
- 05.** En una urna colocamos 15 bolas, de las cuales 7 son rojas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una bola que no sea roja al extraer una bola de la urna?
- 06.** Se lanza un dado y se desea saber, ¿Cuál es la probabilidad que el número sea compuesto?
- 07.** Se lanzan tres monedas, ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 sellos?
- 08.** Del problema anterior , ¿Cuál es la probabilidad de obtener solo dos caras?
- 09.** ¿Cuál es la probabilidad que el producto de puntos sea mayor que 12?
- 10.** ¿Cuál es la probabilidad que la suma de los puntos sea múltiplo de 5?