



LA PROPORCION

Se denomina Proporción a la igualdad de dos razones. Si la igualdad se da entre dos razones aritméticas, la proporción se denominará **PROPORCIÓN ARITMÉTICA** y si la igualdad se da entre dos razones geométricas, la proporción se denominará **PROPORCIÓN GEOMÉTRICA**.

1. **Proporción Aritmética:** Es la igualdad de dos razones aritméticas tales como:

$$a - b = c - d$$

En dicha proporción denominaremos:

- antecedentes : a y c
- consecuentes : b y d
- Términos externos : a y d
- Términos medios : b y c
- 1^{er} término : a
- 2^{do} término : b
- 3^{er} término : c
- 4^{to} término : d

Ejm:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{12 - 9} & = & \boxed{7 - 4} \\ \downarrow & & \downarrow \\ R_A = 3 & & R_A = 3 \end{array}$$

Observación:

En toda proporción aritmética se cumple que la suma de los términos medios es igual a la suma de los términos extremos.

Ejm: Hallar “m” si: $42 - a = 32 - 5$

Si aplicamos lo observado anteriormente tendremos:

$$a + 32 = 42 + 5$$

$$\boxed{a = 15}$$

CLASIFICACIÓN DE LAS PROPORCIONES ARITMÉTICAS:

1.1. Proporción Aritmética Discreta: Es aquella proporción aritmética en donde sus cuatro términos son diferentes simbólicamente tenemos:

$$a - b = c - d$$

Observación:

Al cuarto término de esta proporción, es decir al valor "d" se le conoce con el nombre de CUARTA DIFERENCIAL o CUARTA ARITMÉTICA.

Ejm: Hallar la cuarta diferencial de 12; 8 y 11.

Resolución:

Para hallar la cuarta diferencial se ubican los términos en el orden que han sido mencionados y el cuarto término es nuestra incógnita. Así:

$$12 - 8 = 11 - x$$

$$4 + x = 11$$

$$x = 11 - 4$$

$$x = 11$$

1.2. Proporción Aritmética Continua: Es aquella proporción aritmética que presenta como característica que sus términos medios son iguales.

Simbólicamente tenemos:

$$a - b = b - c$$

Observación:

- Al término "b" es decir al término que se repite se le conoce como **MEDIA ARITMÉTICA o MEDIA DIFERENCIAL.**
- Al término "c", es decir al cuarto término o mejor dicho al tercer término diferente se le conoce como: **TERCERA ARITMÉTICA o TERCERA DIFERENCIAL.**

Ejm 1: Hallar la media diferencial de 14 y 6.

Resolución: Para hallar la media diferencial solo necesitamos dos valores como datos, el primero y el último, ubicamos nuestros datos en dicho orden y nuestra incógnita es el término que se repite. Así:

$$14 - x = x - 6$$

$$20 = 2x$$

$$10 = x$$

Ejm 2: Hallar la tercera diferencial de 17 y 15.

Resolución: Para hallar la tercera diferencial debemos formar nuestra proporción aritmética continua en donde el segundo término dado debe ser el que se repite como término medio. Así:

$$17 - 15 = 15 - x$$

$$2 = 15 - x$$

$$x = 15 - 2$$

$$\boxed{x = 13}$$

2. Proporción Geométrica: Es la igualdad de dos razones geométricas tales como:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$$
 Se lee: "a" es a "b" como "c" es a "d".

En dicha proporción denominaremos:

- antecedentes : a y c

- 1^{er} término : a

- consecuentes : b y d

- 2^{do} término : b

- términos extremos

: a y d - 3^{er} término : c

- términos medios :

b y c - 4^{to} término : d

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\frac{48}{12}} & = & \boxed{\frac{36}{9}} \\ \downarrow & & \downarrow \\ R_G = 4 & & R_G = 4 \end{array}$$

Observación:

En toda proporción geométrica se cumple que el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

Ejm: Hallar "x" en: $\frac{3}{4} = \frac{m}{12}$

Si aplicamos lo observado tendremos:

$$4 m = 3 (12)$$

$$\boxed{m = 9}$$

CLASIFICACIÓN DE LAS PROPORCIONES GEOMÉTRICAS:

2.1. Proporción Geométrica Discreta: Es aquella proporción geométrica en donde sus cuatro términos son diferentes.

Simbólicamente tenemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Observación:

Al cuarto término de esta proporción, es decir al término “d” se le conoce con el nombre de **CUARTA GEOMÉTRICA ó CUARTA PROPORCIONAL**.

Ejm: Hallar la cuarta proporcional de 24 ; 12 y 8

Resolución: Para hallar la cuarta proporcional, debemos formar la proporción geométrica discreta con los tres valores dados (en el orden indicado) y nuestra incógnita, la cual debe ser el cuarto término. Así:

$$\frac{24}{12} = \frac{8}{x}$$

$$24x = 12 \cdot 8$$

$$x = \frac{12 \cdot 8}{24}$$

$$x = 4$$

2.2. Proporción Geométrica Continua: Es aquella proporción geométrica que presenta como característica que sus términos medios son iguales.

Simbólicamente tenemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Observación:

- Al término “b” es decir al término que se repite se le conoce como **MEDIA GEOMÉTRICA ó MEDIA PROPORCIONAL**.
- Al término “c” es decir al cuarto término o mejor dicho al tercer término diferente se le conoce como **TERCERA GEOMÉTRICA o TERCERA PROPORCIONAL**.

Ejm 1: Hallar la media proporcional de 12 y 3.

Resolución:

Para hallar la media proporcional formamos nuestra proporción geométrica continua siendo los valores dados el primer y cuarto término y nuestra incógnita será el término que se repite, es decir el término medio. Así:

$$\frac{12}{x} = \frac{x}{3} \quad 36 = x^2 \quad \boxed{6 = x}$$

Ejm. 2: Hallar la tercera proporcional de 48 y 12.

Resolución:

Para hallar la tercera proporcional debemos formar nuestra proporción geométrica continua con los dos valores dados y nuestra incógnita, repitiéndose como término medio el segundo de los dos números dados. Así:

$$\frac{48}{12} = \frac{12}{x} \quad 48x = 12 \cdot 12 \quad \boxed{x = 3}$$

CUADRO RESUMEN DE LA CLASIFICACIÓN DE LAS PROPORCIONES

	PROPORCIÓN ARITMÉTICA	PROPORCIÓN GEOMÉTRICA
D	$a - b = c - d$ d = cuarta diferencial.	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ d = cuarta proporcional
I		
S		
C		
R		
E		
T	$a - b = b - c$ b = Media diferencial c = Tercera diferencial	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ b = Media Proporcional c = Tercera Proporcional
A		
C		
O		
N		
T		
I		
N		
U		
A		

PRÁCTICA DE CLASE

01. Escribe 3 proporciones aritméticas discretas y 3 proporciones geométricas discretas.

..... = =

..... = =

..... = =

02. Escribe 3 proporciones aritméticas continuas y 3 proporciones geométricas continuas:

..... = =

..... = =

..... = =

03. Calcular el valor de x en las proporciones geométricas dadas:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{5}{7} = \frac{6}{x}$ | b) $\frac{7}{4} = \frac{x}{9}$ |
| c) $\frac{x}{25} = \frac{12}{20}$ | d) $\frac{8}{9,6} = \frac{x}{24}$ |
| e) $\frac{3}{x} = \frac{x}{27}$ | f) $\frac{5}{x} = \frac{x}{125}$ |
| g) $\frac{48}{x} = \frac{x}{12}$ | h) $\frac{9}{x} = \frac{x}{49}$ |

04. Escribe si la proporción es discreta o continua:

- | | |
|---|-----------------------------|
| a) $\frac{6}{7} = \frac{12}{14}$ | b) $5 : 7 :: 15 : 21$ |
| c) $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ | d) $3 : 6 :: 6 : 12$ |
| e) "a es a b como c es a d" f) "m es a x como x es a n" | |

05. Escribe "V" o "F" donde corresponda:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ () | b) $\frac{8}{11} = \frac{16}{22}$ () |
| c) $\frac{5}{9} = \frac{15}{29}$ () | d) $\frac{0,8}{2,5} = \frac{2,4}{7,5}$ () |
| e) $\frac{8}{9} = \frac{24}{27}$ () | f) $\frac{6}{7} = \frac{24}{26}$ () |

06. Hallar el valor de x:

a) $\frac{2x+1}{x+3} = \frac{21}{28}$

b) $\frac{x+1}{10} = \frac{8}{x-1}$

07. Resuelve los siguientes problemas:

a) En una fiesta hay tantos varones como mujeres, es decir, la razón del número de varones al de mujeres es $\frac{1}{1}$ si en la fiesta hay 16 personas ¿Cuántos varones y cuantas mujeres hay?

b) La razón de plantas de naranjas y plantas de paltos es de $\frac{2}{1}$, si hay 30 árboles en total. ¿Cuántas paltas y cuantas naranjas hay?

c) La razón de libros y revistas es de $\frac{4}{3}$. Si hay 28 libros. ¿Cuántas revistas hay?

d) En un corral la razón entre el número de gallinas y pavos es de 7 a 4 si hay 35 gallinas. ¿ Cuantos pavos hay?

08. Hallar la cuarta proporcional y cuarta diferencial de:

a) 3; 2 y 24

b) 9; 12 y 3

c) 30; 55 y 6

09. Hallar la media proporcional y media diferencial de:

a) 3 y 48

b) 5 y 20

c) 7 y 28

10. Hallar la tercera proporcional de:

a) 8 y 4

b) 10 y 20

c) 12 y 8

EJERCICIOS

01. Hallar el valor de x en:

$\frac{x-3}{m} = \frac{13}{43}$; si $2m - 1 = 33$

a) 17

b) 11

c) 15

d) N.a.

02. Calcular el valor de **x** e **y** en : $\frac{x}{y} = \frac{6}{12}$; si $x + y = 9$

a) 3 y 6

b) 6 y 3

c) 3 y 5

d) N.a.

03. Los valores de x , y cm $\frac{x}{y} = \frac{12}{2,6}$; si $x - y = 4,7$ son :

- a) 7 y 2,3 b) 6 y 1,3 c) 9 y 4,3 d) N.a.

04. Hallar la cuarta proporcional entre $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$

- a) $\frac{1}{3}$ b) $1\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{5}$ d) N.a.

05. Hallar el termino desconocido en $25 :: x :: x : \frac{1}{16}$

- a) $1\frac{1}{4}$ b) $1\frac{2}{3}$ c) $1\frac{3}{4}$ d) N.a.

TAREA

01. Hallar la media proporcional de:

- a) 81 y 4 b) 49 y 0,25 c) 64 y 25 d) 16 y 81

02. Hallar la cuarta proporcionalidad de :

- a) 5, 6 y 10 b) 4, 6 y 9 c) 4, 6 y 9 d) 7, 3 y 21

03. Hallar la tercera proporcional de :

- a) 4 y 8 b) 12 y 3 d) 6 y 3 d) 8 y 2

04. Calcular el valor de x :

a) $\frac{100}{x} = \frac{x}{25}$

b) $\frac{2x + 1}{x + 3} = \frac{21}{28}$

c) $\frac{x}{30} = \frac{156}{72}$

d) $\frac{0,8}{1,6} = \frac{3,2}{x}$

e) $\frac{126}{56} = \frac{27}{x}$

f) $\frac{x}{y} = \frac{40}{15}$ si $x - y = 5$