



MULTIPLICACION Y DIVISION

MULTIPLICACIÓN:

Guillermo recibe 5 soles diarios de propina. ¿Cuánto recibe en una semana?

$$\underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{7 \text{ sumandos iguales}} = \underbrace{7 \times 5}_{\text{factores}} = 35$$

Guillermo recibe 35 soles en una semana

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN:

En la multiplicación de números naturales se cumple las siguientes propiedades:

1. Propiedad Clausurativa:

El producto de dos o más números naturales es siempre otro número natural. Por eso la multiplicación es una operación interna en \mathbb{N} .

$$4 \times 9 = 36 \in \mathbb{N}$$

$$5 \times 6 = 30 \in \mathbb{N}$$

$$a \cdot b \in \mathbb{N}$$

2. Propiedad Conmutativa:

El orden de los factores no altera el producto.

$$7 \times 6 = 42 \text{ y } 6 \times 7 = 42 \Rightarrow 7 \times 6 = 6 \times 7$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

3. Propiedad Asociativa:

El producto de varios números naturales no depende del orden en que los asociemos.

$$\begin{array}{c} (3 \times 2) \times 5 = 3 \times (2 \times 5) \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ 6 \quad \times 5 = 3 \quad 10 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30 = 30 \end{array}$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

4. Propiedad del Elemento Neutro:

El producto de un número natural por 1 es igual al mismo número. El elemento neutro de la multiplicación es el 1.

$$6 \times 1 = 6 \text{ ; } 1 \times 9 = 9$$

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

5. Elemento Absorbente:

El producto de uno o más factores por 0, es 0.

$$18 \times 0 ; 3 \times 5 \times 0 = 0$$

$$\boxed{a \cdot 0 = 0}$$

6. Propiedad distributiva con respecto a la adición o sustracción:

$$\begin{aligned} 4 \times (5 + 2) &= 4 \times 5 + 4 \times 2 \\ 4 \times 7 &= 20 + 8 \\ 28 &= 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7(8 - 2) &= 7 \times 8 - 7 \times 2 \\ 7 \times 6 &= 56 - 14 \\ 42 &= 42 \end{aligned}$$

DIVISIÓN:

I. DIVISIÓN EXACTA DE DOS NÚMEROS

Es la operación que permite encontrar el factor desconocido de una multiplicación en la que se conocen el producto y el otro factor.

Ejemplo: Se quiere repartir 24 caramelos entre 6 niños. ¿Cuántos caramelos le corresponden a cada niño?

$$(\# \text{ Niños}) (\# \text{ caramelos / niño}) = (\# \text{ Total de caramelos})$$

$$6 \times \boxed{} = 24$$

El factor desconocido es el cociente exacto de dividir 24 entre 6. Es decir:

$$\boxed{} = 24 : 6$$

Luego podemos concluir que:

$$\text{DIVIDENDO} = \text{DIVISOR} \times \text{COCIENTE}$$

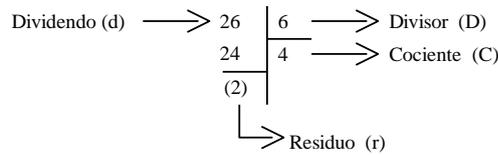
II. DIVISIÓN INEXACTA DE DOS NÚMEROS

Se desea repartir 26 caramelos entre 6 niños. ¿Cuántos caramelos le corresponden a cada niño?

Se observa que no hay ningún número natural que multiplicado por 6 de 26.

$$6 \times 4 = 24 \text{ que es menor que } 26$$

$$6 \times 5 = 30 \text{ que es mayor que } 26$$



Podemos observar que:

$$26 = 6 \times 4 + 2$$

De aquí que:

$$\mathbf{DIVIDENDO = (DIVISOR) \cdot (COCIENTE) + RESIDUO}$$

La prueba de una división consiste en comprobar que se cumplen las relaciones:

- a) El residuo debe ser menor que el divisor. ($r < d$)
- b) El dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo.
($D = d \cdot C + r$)

PRÁCTICA

01. Expresa como factores y calcula

- a) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 = \dots\dots\dots$
- b) $x + x + x + x = \dots\dots\dots$
- c) $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = \dots\dots\dots$
- d) $5 + 5 + 5 = \dots\dots\dots$
- e) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = \dots\dots\dots$
- f) $a + a + a = \dots\dots\dots$

02. Calcula el valor de x y enuncia la propiedad utilizada en cada caso.

- a) $3 \cdot x = 3 \dots\dots\dots$
- b) $5 \cdot x = 4 \cdot 5 \dots\dots\dots$
- c) $4 \cdot x \cdot 6 = 24 \dots\dots\dots$
- d) $3 \cdot 8 \cdot x = 0 \dots\dots\dots$
- e) $7 \cdot 2 \cdot x = 3 \cdot 14 \dots\dots\dots$
- f) $6 \cdot 5 \cdot x = 30 \cdot 4 \dots\dots\dots$

03. Completa con el nombre de la propiedad:

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN en \mathbb{N}	
$a \cdot b \in \mathbb{N}$	
$a \cdot 1 = a$	
$a \cdot b = b \cdot a$	
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	
$a \cdot 0 = 0$	
$a(b + c) = ab + ac$	

04. Para entretenerte:

¿Cuántos años han transcurrido desde que has nacido?

¿Cuántos días?

¿Cuántas semanas?

¿Cuántas horas?

¿Cuántos meses?

05. El auditorio del colegio de Bertha tiene 48 filas y cada fila tienen 26 asientos. Hay 972 alumnos en el auditorio. ¿Cuántos asientos quedan libres?

a) 276

b) 267

c) 376

d) N.A.

06. Completa la analogía:



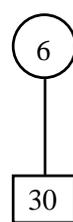
a) 7



b) 3

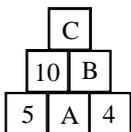


c) 4



d) N.A.

07. Completa los factores que faltan y dar como respuesta: $(A \cdot B) + C$



a) 70

b) 80

c) 90

d) N.A.

08. Dada la tabla:

*	2	4
3	1	5
5	6	7

Calcular $(3 * 4) * 2$

- a) 3 b) 6 c) 9 d) N.A.

09. Dados los números 30 y 20 el producto de su suma por su diferencia es:

- a) 400 b) 500 c) 600 d) N.A.

10. Hallar el dividendo de cada una de estas divisiones:

$C = 524 \quad d = 9 \quad r = 7$	$C = 128 \quad d = 6 \quad r = 4$
$C = 429 \quad d = 8 \quad r = 5$	$C = 702 \quad d = 8 \quad r = 3$

11. ¿Qué número multiplicado por 147 da 2646?

12. ¿Qué número multiplicado por 123 da 8364?

13. Calcula mentalmente y responde:

$900 : 10 = \dots\dots\dots$ $7\,200\,000 : 6\,000 = \dots\dots\dots$

$8\,000 : 100 = \dots\dots\dots$ $4\,500\,000 : 30\,000 = \dots\dots\dots$

$28\,000 : 1400 = \dots\dots\dots$ $48\,000\,000 : 60\,000 = \dots\dots\dots$

14. Al dividir $9753 : 125$ el cociente es P y el residuo es Q. Hallar $P : Q$
15. Si multiplicas 48×96 entonces en el producto la cifra de las CENTENAS es A y la cifra de las UNIDADES DE MILLAR es B. Hallar $2A : B + 26$
16. Efectuar:
- a) $6\ 370 : (60 + 5)$ b) $(376 + 89) : 12$
- c) $(12 \times 46) : (96 : 6)$ d) $9\ 7852 : (126 + 7)$

EJERCICIOS

01. Si $12A = 108$ y $25B = 900$. Hallar $B : A$
- a) 1 b) 100 c) 90 d) N.A.
02. Al dividir 354 entre cierto número natural se obtiene 20 de cociente y 14 de residuo. Entonces el divisor es:
- a) 15 b) 20 c) 17 d) N.A.
03. Se repartió un premio de 460 soles entre dos estudiantes calcular lo que recibió cada uno si el que hizo la repartición se quedó con 50 soles más que el otro.
- a) 250 y 200 b) 255 y 205 c) 260 y 200 d) N.A.
04. Si sumas las cantidades que tiene Claudia y Sergio obtienes S/. 2176 y si divides lo que divide lo que tiene Claudia entre lo que tiene Sergio obtienes 16, entonces Sergio tiene:
- a) 128 b) 17 c) 126 d) N.A.
05. Juan, Inés y Guido viven en casas diferentes, pero los tres contiguas. Se sabe que Inés vive en el lado de Juan y que la casa de Guido no está al lado de Inés. ¿Quién vive en medio de los dos?
- a) Juan b) Inés c) Guido d) N.A.

TAREA

01. Hallar el producto de:
- | | | | |
|------------|------------|------------|-------------|
| 578 x 95 | 9058 x 746 | 9521 x 579 | 48507 x 456 |
| 7862 x 748 | 5965 x 248 | 7284 x 364 | 3945 x 896 |

02. Aplica todas las propiedades de la multiplicación con los números 8, 6 y 10

03. Resuelve en forma abreviada:

$$\begin{array}{ccc} 585 \times 400 & 895 \times 30 & 584 \times 1000 \\ 123 \times 1000 & 405 \times 700 & 791 \times 200 \end{array}$$

04. Halla el cociente y comprueba:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 5786 : 9 & \text{b) } 17\,613 : 309 & \text{c) } 950674 : 3254 \\ \text{d) } 3052 : 28 & \text{e) } 8736 : 123 & \text{f) } 47821 : 2256 \\ \text{g) } 3428 : 32 & \text{h) } 4648 : 791 & \text{i) } 820052 : 5270 \end{array}$$

DESAFÍO MI RAZONAMIENTO

01. ¿Cuál es el número que sumado con su duplo da 45?

Solución:

45 es el número que se busca más dos veces dicho número, ósea, el triple del número; luego el número buscado será

$$45 : 3 = 15$$

Respuesta: El número es 15

02. ¿Cuál es el número que sumado con su duplo da 261?

03. ¿Cuál es el número que sumado con su triplo da 384?

04. Un hombre que nació en 1911 se casó a los 25 años, 3 años después nació su primer hijo y murió cuando el hijo tiene 27 años ¿En qué año murió?

05. Compré un libro que me costó S/. 16 y un traje que me costó S/. 35, una cámara fotográfica que me costó S/. 42 más que el libro y el traje juntos; un anillo que me costó S/. 13 más que el libro, el traje y la cámara, y un auto que me costó S/. 2585 más que todos lo anterior. Si me sobraron S/. 211 ¿Cuánto dinero tenía?

06. Un comerciante compró 30 chompas S/. 20 cada uno. Vendió 20 chompas S/. 18 cada uno. ¿A como debe vender los restantes para no perder?

07. Un camión lleva 18 cajas de conservas a un supermercado. En cada caja hay 24 cartones y en cada cartón hay 24 latas de conserva. ¿Cuántas latas de conserva lleva el camión en total?

08. A un desayuno asisten 20 jóvenes de los cuales 5 son invitados. Si cada desayuno cuesta 18 soles. ¿Cuánto tiene que pagar cada uno de los restantes?

09. Si un número se divide entre 7, se obtiene 615 de cociente y 3 de residuo. Si dicho número se divide entre 8. ¿Cuál es el residuo?
10. Tres amigos almuerzan en un restaurante y la cuenta asiente a S/. 84. Si acordaron pagar en partes iguales y uno de ellos tenía solamente 20 soles. ¿Cuánto tuvo que abonar en partes iguales cada uno de los otros dos para soldar la cuenta?
11. ¿Por qué número se multiplica 13 para que se convierta en 3445?
12. Un comerciante compra un saco de pallar de 45 Kg a 135 soles. Si quiere ganar 1 sol por cada Kg. ¿A como debe vender cada Kg.?
13. Del álbum de Historia del Perú, mi hermano Alberto tiene 4 docenas de figuras, mi hermano Ramón el triple de lo que tiene Alberto y yo tengo la diferencia de ambos. ¿Cuántas figuras tenemos en total?
14. ¿Cuánto ha perdido un comerciante al vender 420 prendas de vestir, si habiéndolas comprado a S/. 84 cada una, las remató en S/. 71 la unidad?

EJERCICIOS

01. Si el producto de 32 y 17 se le disminuye 300 resulta un número que al dividirlo por 4 da:
- a) 62 b) 63 c) 61 d) N.A.
02. La edad de mi abuelito es 72 años. Si el triple de mi edad es igual a la mitad de la edad de mi abuelito, entonces el doble de mi edad es:
- a) 20 b) 24 c) 18 d) N.A.
03. Si se dividen el mayor entre el menor dos números consecutivos mayores que 2, la suma del cociente y el residuo es:
- a) 3 b) 1 c) 2 d) N.A.
04. Si a un número se suma 8, esta suma se multiplica por 4, este producto se divide entre 12, a este cociente se le resta 4 y si a esta diferencia se multiplica por 7 se obtiene 700. El número original es:
- a) 305 b) 302 c) 303 d) 304
05. Si tengo una caja roja con 5 cajas blancas dentro y 5 cajas amarillas dentro de cada caja blanca. ¿Cuántos cajas hay en total?
- a) 18 b) 28 c) 31 d) N.A.

TAREA

01. Sergio camina 24 Km. el primer día y cada día posterior camina 4 Km menos que el día anterior. ¿Cuántos días camina?
02. ¿Cuánto me costó un terreno que al venderlo en 9575 soles perdí 825 soles?
03. Tenía 15386 soles. Compré un terreno de 1525 soles, un camión en 275 soles más que el terreno y un trailer en 3516 más que el camión. ¿Cuánto me quedó?
04. Compré una bicicleta en 340 soles, una moto en 75 soles más que la bicicleta y un auto en 120 soles más que la moto. ¿Cuánto recibí de vuelto si pagué con 13 billetes de 100 soles?
05. En un centro educativo se hará una rifa por el “Día del Padre” y a cada alumno se le entregará 4 boletas. Si hay 4 salones de 32 alumnos cada uno, 3 salones de 39 alumnos cada uno y 2 salones de 40 alumnos. ¿Cuántos boletos se repartieron en total?
06. Diana vendió 45 radios por 5625 soles, ganando 35 soles en cada radio ¿Cuánto le costó cada radio?
07. La profesora Mabel regaló caramelos a sus alumnos. Llevó 181 caramelos. Dio 5 a cada uno de sus alumnos y ella se quedó con los 11 caramelos restantes. ¿cuántos alumnos recibieron caramelos?

Números naturales expresados como potencias

Recordemos:

$$11^2 \implies 11 \times 11 = 121$$

$$5^2 \implies 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$$

$$\begin{array}{c} \text{Exponente} \\ \downarrow \\ \text{Base} \rightarrow 2^3 = 8 \\ \downarrow \\ \text{Potencia} \end{array}$$

- El exponente indica las veces que se repite la base como factor.
- Si el exponente es cero y la base es diferente de cero, entonces la potencia es 1.

Ejemplo:

$$25^0 = 1 \text{ porque } 25^0 \text{ significa } \frac{25}{25}$$

$$7^0 = 1 \text{ porque } 7^0 \text{ significa } \frac{7}{7}$$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN:

1. Multiplicación de Potencias con bases Iguales:

Para multiplicar de la misma base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

Observa:

$$3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2. División de Potencias con Bases Iguales:

Para dividir de la misma base, se deja la misma base y se restan los exponentes.

Observa:

$$4^5 : 4^2 = 4^{5-2} = 4^3$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

3. Potencia de una Potencia:

Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplica los exponentes.

Observa:

$$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

4. Potencia de un Producto:

Para elevar un producto a una potencia se eleva cada uno de los factores a dicha potencia se multiplican.

Observa:

$$[(3)(2)(5)]^3 = (3)^3 (2)^3 (5)^3$$

$$(a b c)^m = a^m b^m c^m$$

PRÁCTICA

01. Aplica las propiedades de la Potenciación en cada uno de los ejercicios:

- a) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2 = \dots\dots\dots$ g) $7^{19} : 7^{17} = \dots\dots\dots$
 b) $(5^2)^2 = \dots\dots\dots$ h) $(6 \cdot 11)^2 = \dots\dots\dots$
 c) $(4^9 : 4^5) \cdot 4^{16} = \dots\dots\dots$ i) $[(7^3)^0]^5 = \dots\dots\dots$
 d) $(3^5 \cdot 3^{15}) : 3^{18} = \dots\dots\dots$ j) $(14 \times 3)^3 = \dots\dots\dots$
 e) $(4^9 : 4^5) \cdot 4^{16} = \dots\dots\dots$ k) $[(2^3)^2]^2 = \dots\dots\dots$
 f) $(5^4 \cdot 5^{10} : 5^{12}) : 5^2 = \dots\dots\dots$ l)
 $(9^{14} : 9^7) : (9^4 : 9^2) = \dots\dots\dots$

02. Dividir el cuadrado de la diferencia de 29 y 23 entre el cuadrado de la suma de 2 y 4.

03. Multiplica el cuadrado de 8 por el cubo de 5.

04. Sumar el cuadrado de la diferencia de 15 y 7 con la diferencia de 56 y 48.

05. Dividir el cuadrado de la suma de 5 y 3 entre el cubo de la diferencia de 6 y 2.

06. Completa la tabla:

A	1		5		6		8			
A ²				16		49			81	
A ³		8						100 0		27

07. Si $F = m^8 m^6$; $K = (m^4)^7$; $m^7 = 3$. Hallar $F + K$

08. Efectuar:

$$5^3 \times 2^2 \times 26^0$$

$$(3^3 + 4^3 - 5^2) : (6^2 - 3^1)$$

$$(21^2 - 18^2)(36^2 + 2^3)$$

$$(40^3 - 30^3) : 10^3$$

09. Si $2^{\bigcirc} = 64$ $\square^3 = 343$. Hallar $\bigcirc \times \square$

10. Si : $7^2 + 5^3 = \square$ Hallar $\square - 173$

11. Si $E = 60^2 : 30^2$. Hallar $250 - E$

12. Si $P = 10^3 - 50^0 + 3^1$. Hallar N : 501

13. Si $20^2(10^2)$ Halla : 4000

14. Completa cada igualdad:

$2^5 =$

³ = 8

$8^3 =$

² = 64

$10^4 =$

⁵ = 32

⁷ = 49

² = 144

⁵ = 125

³ = 64

³ = 81

² = 196

15. Hallar el valor numérico de $a^2 + 9c^3 - 5b^0$ si: $a = 7$ $b = 4$ $c = 2$

16. Resuelve:

$(2^6 \cdot 2^2) : 2^5$

$(10^8 : 10^6)10^3$

EJERCICIOS

01. Si $A = (2n^3)^4$ y si $n^{12} = 20$. Hallar $5A$.

- a) 1800 b) 2400 c) 1600 d) N.A.

02. Se sabe que $E = (3x^4)^8$; $3^7 = 2187$; $x^{16} = 5$ Entonces $E : 2187$ es:

- a) 25 b) 75 c) 50 d) N.A.

03. Si $A^2 = 225$ y $16^2 = B$. Entonces $A - B$ es:

- a) 244 b) 241 c) 240 d) N.A.

04. En una operación de sustracción, la suma del minuendo, el sustraendo y la diferencia es 12. En consecuencia el minuendo es:

- a) 6 b) 7 c) No se sabe d) N.A.

05. Efectúa: $a^0 b^0 + c^0 + 4d^0$

- a) 1 b) 3 c) 6 d) N.A.

TAREA

01. Resuelve aplicando las propiedades:

$$a^2 \cdot a^3 \cdot a^5$$

$$a^{12} : (a^3 \cdot a \cdot a^2)$$

$$2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4$$

$$(3^5 \cdot 3^6 \cdot 3^{15}) : (3^9 \cdot 3^{14})$$

$$a^3 : a$$

$$x^{30} : (x^6 \cdot x^5 \cdot x)$$

$$(2^8 \cdot 2^5) : (2^{10} \cdot 2^3)$$

02. Efectúa:

a) $\frac{2^4 \times 5^2}{5^0 \times 4^2}$

c) $\frac{3^2 \times 3^0}{9}$

b) $\frac{3^0}{2^2 \times 3^2}$

d) $3^5 + 2^8 - 9^3$

03. Efectuar:

$$[2^3 \times 3^2] : (3^3 : 3) + (3^4)^0 \times (24 : 6) - 2^3$$

$$(2^5 \cdot 2^6 \cdot 2^{14}) : (2^9 : 2^{13}) + (3^2)^2 - 2^6$$

$$[(2^3 \times 3^2) : (3^3 : 3)] : [4 \times 5 - 12]$$

$$5^2 + 2^5 : 4^2 + 4^3 : 2^4$$