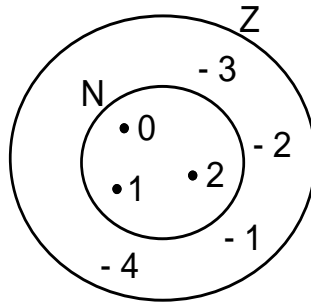


NÚMEROS ENTEROS

Recuerdo:
Los números positivos, el cero y los números negativos conforman el conjunto de los Números Enteros que lo representamos por Z

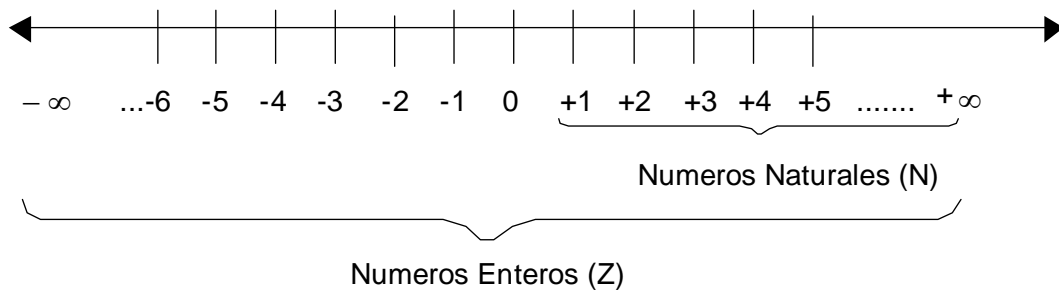


A los números naturales con el signo más (+) delante los llamamos: NÚMEROS POSITIVOS.

A los números naturales con el signo menos (-) delante los llamamos: NÚMEROS NEGATIVOS.

El cero, no tiene signo positivo (+) ni negativo (-)

Gráficamente podemos representar al conjunto Z en la recta ubicando puntos consecutivos y equidistantes.



Podemos observar que el conjunto de los números naturales (N) está incluído en el conjunto de los números enteros (Z)

$$N \subset Z$$

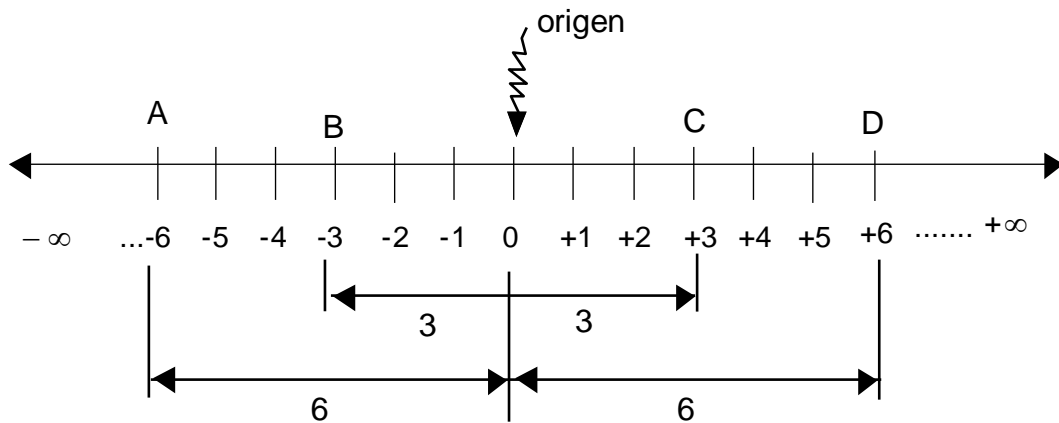
Observaciones:

- Los números enteros positivos pueden escribirse precedidos por el signo + o sin signo. Así $+7 = 7$
- En los números enteros negativos, el signo (-) no se puede omitir, de lo contrario estamos hablando de cantidades diferentes. Así: $-8 \neq 8$

Distancia de un punto de la recta al origen

Se denomina origen, al punto de la recta que le corresponde al O (cero).

Ubiquemos en nuestra recta numérica los puntos A, B y C tal como se muestra en el diagrama



Podemos observar que:

- La distancia de A al origen es 6
- La distancia de B al origen es 3
- La distancia de C al origen es 3
- La distancia de D al origen es 6

vemos que la distancia de un punto al origen siempre es un número positivo

Valor Absoluto de un número entero:

Se denomina como valor absoluto de un número a la distancia correspondiente a dicho punto en la recta hasta el origen

Notación:

$|a|$ → Se lee “Valor Absoluto de a” o “Módulo de a”

Ejemplo:

$|+6| = 6$ porque la distancia de +6 al origen es 6

$|-3| = 3$ porque la distancia de -3 al origen es 3

Observaciones:

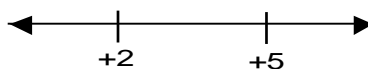
- El valor absoluto de un número entero positivo es el mismo número
- El valor absoluto de un número entero negativo es el mismo número pero con signo cambiado
- El valor absoluto de cero es cero

Números Enteros Opuestos:

Decimos que el conjunto de los números enteros (Z) es un conjunto ordenado porque podemos establecer una relación de orden entre sus elementos, es decir que dado dos números podemos indicar quien es el mayor y quien es el menor.

Para ella es necesario tener en cuenta los siguientes criterios.

- a) dado los números enteros será mayor el que se ubica a la derecha en la recta numérica y será menor el que esté a la izquierda.



$(+2)$ está a la izquierda de $(+5)$ $\Rightarrow +2 < +5$

$(+5)$ está a la derecha de $(+2)$ $\Rightarrow +5 > +2$

b) Todo número positivo es mayor que cero.

$$\text{Si } a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a > 0$$

Ejm. $+7 > 0$

$$5 > 0$$

c) Todo número negativo es menor que cero.

$$\text{Si } a \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow a < 0$$

Ejm. $-3 < 0$

$$-7 < 0$$

d) Todo número positivo es mayor que cualquier número negativo.

$$\text{Si } a \in \mathbb{Z}^+ \text{ y } b \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow a > b$$

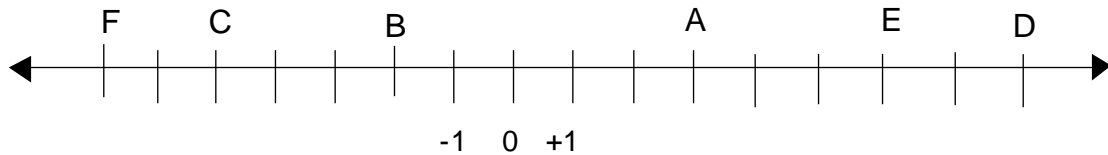
Ejm. $8 > -5$

Practica de clase

01. Escribe un número entero para representar cada una de las siguientes situaciones:

- | | | |
|------------------------------------|-------|----------------------|
| a) gano S/. 73 | | <input type="text"/> |
| b) perdió S/. 23 | | <input type="text"/> |
| c) 21 grados bajo cero | | <input type="text"/> |
| d) 5 grados sobre cero | | <input type="text"/> |
| e) 3 metros sobre el nivel del mar | | <input type="text"/> |
| f) Aumenta 5 kg. | | <input type="text"/> |
| g) Retira S/. 150 de su cuenta | | <input type="text"/> |

02. Escriba el número entero que representa cada letra, en el siguiente diagrama.



A= ; B= ; C=..... ; D=..... E=; F=.....

03. Escribe el símbolo Z^+ o Z^- en los espacios marcados según el conjunto numérico al fin corresponda cada una de los números

- | | |
|------------|------------|
| -7€ | 181€ |
| 12€ | -39€ |
| -15€ | -1€ |

04. Completa la siguiente tabla:

Anterior	Número	Posterior
	-15	
	0	
	12	
	-81	
	-1999	

05. Escribe el opuesto de cada uno de los siguientes números:

Número	-8	12	-11	-109	1234	-2345
Opuesto						

06. Halla los siguientes valores absolutos.

$$|-2| = \dots\dots\dots \quad |-83| = \dots\dots\dots \quad |+1587| = \dots\dots\dots$$

$$|+9| = \dots\dots\dots \quad |-312| = \dots\dots\dots \quad |-3001| = \dots\dots\dots$$

07. compara los números enteros escribiendo en los espacios marcados los símbolos $>$; $<$ ó $=$

$$12 \dots\dots 0 \quad 187 \dots\dots 187 \quad |-3| \dots\dots |3|$$

$$-5 \dots\dots 0 \quad -8 \dots\dots -9 \quad |-8| \dots\dots |-3|$$

$$15 \dots\dots -12 \quad -15 \dots\dots -3 \quad |5| \dots\dots |-8|$$

$$-13 \dots\dots 13 \quad -19 \dots\dots -19 \quad |-3| \dots\dots |-1|$$

08. Ordena los números de menor a mayor

a) +3 ; -2 ; -8 ; +5 ; -1 ; 0

.....

b) +9 ; -11 ; +15 ; -23 ; +12 ; -18

.....

c) - 8 ; +5 ; -1 ; 0 ; +3 ; -5 ; +1

.....

ejercicios

01. Dados los siguientes números enteros: -5 ; -12 ; -1 ; -18. determine el mayor de ellos.

a) -18

b) -5

c) -12

d) -1

02. Dados los siguientes números enteros determine el menor de ellos:

-8 ; -123 ; -15 ; -1

a) -123

b) -15

c) -8

d) -1

03. Luego de ordenar los siguientes números enteros, determine el que ocupa el lugar central: -8 ; 5 ; -2 ; -3 ; -9 ; 12 ; -18

a) -2

b) -3

c) 5

d) -8

04. Si $|x| = 3$ ¿Cuántos valores puede tomar "x"?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

05. Si $|x-5| = 3$ determine el menor valor que puede tomar "x"

a) 8

b) 3

c) 2

d) -8

TAREA

01. Ordena cada una de las siguientes agrupaciones de números en forma descendente.

a) -12 ; -9 ; +5 ; -7 ; +12 ; -15

b) -8 ; 0 ; -5 ; +9 ; -13 ; -11

c) +5 ; -3 ; +8 ; -7 ; 15 ; -6

d) $|-3|$; $|-5|$; $|-2|$; $|1|$; $|-7|$

e) -3 ; 0 ; $|-3|$; $|-9|$; +7 ; $|+19|$

Adición y sustracción de números enteros

I. ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

SUMAR números enteros, significa combinarlas para obtener un solo número que represente el total de ellos o su efecto total.

Veamos el siguiente ejemplo:

Janelly dirige un negocio y diariamente ejecuta ventas donde se le podrían presentar las siguientes situaciones: **GANANCIAS y PÉRDIDAS.**

Lo ejecutado por Elena lo detallamos en el cuadro adjunto, advirtiéndole que a las ganancias y pérdidas le asignamos números enteros positivos y negativos respectivamente.

DIA	SITUACIONES		SUMANDO ALGEBRAICAMENTE	EFEECTO
Lunes	+15	+32	$(+15) + (+32) = +47$	Ganó
Martes	-21	-10	$(-21) + (-10) = -31$	Perdió
Miércoles	+52	-75	$(+52) + (-75) = -23$	Perdió
Jueves	+127	-46	$(+127) + (-46) = +81$	Ganó
Viernes	+89	-89	$(+89) + (-89) = 0$	Ni ganó Ni perdió

Del cuadro extraemos las siguientes reglas:

1. Para sumar números enteros que tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y el signo del resultado es el mismo que el de los sumandos.

Ejemplos:

$$(+15) + (+32) = +15 + +32 = +47$$

$$(-21) + (-10) = -21 + -10 = -31$$

2. Para sumar números enteros de distinto signo, se restan los valores absolutos de los números dados (el mayor menos el menor) y se coloca al resultado el signo del número del mayor valor absoluto.

Ejemplos:

$$(+52) + (-75) = +52 + -75 = -23$$

$$(+127) + (-46) = +127 + -46 = +81$$

De los ejemplos anteriores podemos extraer la siguiente conclusión:

- a) Cuando sumamos enteros de igual signo, el resultado es otro número entero del mismo signo.

FORMA PRÁCTICA

$$(+ \square) + (+ \square) = + \square$$

1. $(+15) + (+32)$

Suprimimos el operador y paréntesis.

$$+15 + 32 = +47$$

$$(- \square) + (- \square) = - \square$$

2. $(-25) + (-10)$

Suprimimos el operador y paréntesis.

$$-25 - 10 = -35$$

- b) Cuando sumamos números enteros de distinto signo, el resultado lleva el signo del número de mayor valor absoluto.

FORMA PRÁCTICA

$$(+ \square) + (- \square) = ? \square$$

1. $(+52) + (-75)$

Suprimimos el operador y paréntesis.

$$+52 - 75 = -23$$

$$(- \square) + (+ \square) = ? \square$$

2. $+127 + -46$

Suprimimos el operador.

$$127 - 46 = +81$$

- c) Cuando sumamos números enteros, el resultado que se obtiene es otro número entero. (La adición es cerrada en \mathbb{Z}).

$\forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a + b) \in \mathbb{Z}$
--

II. SUSTRACCION DE NUMEROS ENTEROS

Enunciemos la siguiente regla: para efectuar la sustracción de dos números enteros, basta sumar al minuendo el opuesto del sustraendo.

1) $(-15) - (-7)$

La sustracción convertida en adición:

$$(-15) + (+7) = -8$$

2) $(+39) - (-58)$

Transformando la sustracción en adición:

$$(+39) + (+58) = +97$$

Así, la sustracción queda transformada en una adición de números enteros y la regla para resolverla se dio anteriormente.

De los ejemplos expuestos podemos extraer la siguiente conclusión:

- a) En la sustracción de números enteros, el resultado que se obtiene es otro número entero (la sustracción es cerrada en \mathbb{Z}).

$$\boxed{\forall a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a - b) \in \mathbb{Z}}$$

- b) En la sustracción de números enteros, no se cumple la propiedad conmutativa.

Ejemplo:

$$(-15) - (-7) \neq (-7) - (-15)$$

$$(-15) + (+7) \neq (-7) + (+15)$$

$$-8 \neq +8$$

- c) Ampliamos afirmando que en la sustracción de números enteros, no se cumple la propiedad asociativa:

Ejemplo:

$$[(+7) - (-11)] - (-32) \neq (+7) - [(-11) - (-32)]$$

$$[(+7) + (+11)] - (-32) \neq (+7) - [(-11) + (+32)]$$

$$(+18) - (-32) \neq (+7) - (+21)$$

$$(+18) + (+32) \neq (+7) + (-21)$$

$$50 \neq -14$$

OPERACIONES COMBINADAS DE ADICION Y SUSTRACCION EN Z

Veamos los ejemplos:

1) Efectuar: $(+15) + (-11) - (+17) + (+5) - (-21)$

Solución:

Expresando las sustracciones como adiciones:

$$\begin{array}{r} (+15) + (-11) + (-17) + (+5) + (+21) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(+4) + (-17)} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(-13) + (+5)} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(-8) + (+21)} \\ \hspace{1.5cm} (+13) \end{array}$$

OTRA FORMA:

$$(+15) + (-11) - (+17) + (+5) - (-21)$$

Expresando las sustracciones como adiciones:

$$(+15) + (-11) + (-17) + (+5) + (21)$$

Suprimiendo los operadores y paréntesis:

$$+15 - 11 - 17 + 5 + 21$$

Agrupamos los números positivos y negativos.

$$\begin{array}{r} \underbrace{+15 + 5 + 21}_{+41} \quad \underbrace{-11 - 17}_{-28} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{13} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underbrace{+15 - 11 - 17 + 5 + 21}_{+4 - 17} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{-13 + 5} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{-8 + 21} \\ \hspace{1.5cm} 13 \end{array}$$

2) Efectuar: $-15 + \{7 - 29 - [-16 - (8 - 3 - 5 + 7)] - 4\}$

Solución:

Suprimimos el paréntesis (signo colector ubicado en la parte más interna); efectuando antes las operaciones del interior, lo mismo aplicamos con el corchete y llave.

$$\begin{array}{r} -15 + \{7 - 29 - [-16 - \underbrace{(8 - 3 - 5 + 7)}_7] - 4\} \\ -15 + \{7 - 29 - [-16 - \underbrace{(+7)}_{-23}] - 4\} \\ -15 + \{7 - 29 - [-23] - 4\} \\ -15 + \{7 - 29 + 23 - 4\} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{-3} \\ \underbrace{-15 - 3}_{-18} \end{array}$$

OTRA FORMA

Podemos ir suprimiendo los signos corchetes comenzando por la parte más interna y antes de operar los números que se encuentran en su interior, así:

- a) Si delante del paréntesis está el signo +, se suprime el paréntesis y los números del interior no alteran su signo.

$$+ (+7 - 10 - 8) = +7 - 10 - 8$$

- b) Si delante del paréntesis está el signo -, se suprime el paréntesis y los números del interior se alteran en su signo.

$$- (+7 - 10 - 8) = -7 + 10 + 8$$

Luego tenemos:

$$- 15 + \{7 - 29 - [-16 - (8 - 3 - 5 + 7)] - 4\}$$

$$- 15 + \{7 - 29 - [-16 - 8 + 3 + 5 - 7)] - 4\}$$

$$- 15 + \{7 - 29 + 16 + 8 - 3 - 5 + 7 - 4\}$$

$$- 15 + 7 - 29 + 16 + 8 - 3 - 5 + 7 - 4$$

Operamos los positivos y negativos por separado. (no se observa opuestos).

$$\begin{array}{c} \underbrace{-15 - 29 - 3 - 5 - 4}_{-56} + \underbrace{7 + 16 + 8 + 7}_{38} \\ \hline -18 \end{array}$$

Práctica

01. Halle el resultado de:

$$\underline{5 - 12} + 6 - 4 + 9 - 1 + 14$$

$$\underline{-7 + 6} - 4 + 9 - 1 + 14$$

$$\underline{-1 - 4} + 9 - 1 + 14$$

$$\underline{-5 + 9} - 1 + 14$$

$$\underline{+4 - 1} + 14$$

$$+3 + 14$$

$$+17$$

02. Resuelve:

$$-5 + 9 =$$

$$-9 + 3 =$$

$$-3 + 8 =$$

$$-7 + 6 =$$

$$-5 + 5 =$$

$$-3 + -6 =$$

$$+8 - +5 =$$

$$-7 - -4 =$$

$$-6 + -5 =$$

$$+13 - +8 =$$

03. Halle el resultado de:

$$5 - 12 + 6 - 4 + 9 - 1 + 14$$

04. Halle el resultado de:

$$-6 + -4 + 8 + 3 + -5$$

05. Halle el resultado de:

$$-5 + 8 - 12 + 4 + 5 - 13 + 7 - 11 + 16$$

06. $8 - 4 - 6 + 5$

07. $-3 + 5 - 6 + 7 - 10 + 1 - 6 + 8$

08. $-3 - (-5 + 7 - 2)$

09. $-(-1 + 4) - (-7 + 1)$

10. $-(-4 + 5 - 3) - 6$

11. $(+ 126) + (+ 114) + (- 106) =$

12. $(+ 53) + (- 18) + (- 27) + (- 42) + (- 2) =$

ejercicios

01. Un submarino desciende 40 metros y luego desciende 12 metros más ¿A qué profundidad se encuentra ahora?

a) 52m

b) -52m.

c) -42m.

d) N.A.

02. Del opuesto de -10 restar la diferencia de -8 y 4

a) 22

b) -12m.

c) -2m.

d) N.A.

03. La suma de tres números enteros es 11. hallar el tercer sumando, sabiendo que los otros sumandos son opuestos

a) 9

b) 13

c) 11

d) N.A.

04. Si la suma de tres números es -20 y dos de ellos son -9 y -13 ¿Cuál es el otro número?

a) 1

b) 2

c) -2

d) N.A.

05. La temperatura diurna de la luna es de 130°C y su temperatura nocturna es de -150°C ¿Cuál es la variación de la temperatura?

a) 20

b) -20

c) 280°

d) N.A.

TAREA

Efectúa:

a) $(-42) + (-90) + (-500) + (-50) + (+1)$

b) $-2 + -541 + -810 + -45 + -1$

c) $700 - 150 + 800 - 1200$

d) $-(-6) - 5 + 15 - (-3) + 4 + 6 - 1 - 14$

e) $-9 + 8 - 7 - 5 + 3 - 7 + 9$

f) $+10 - 3 - 5 + 4 + 7 - 12 - 4$

g) $-390 + 50 - 900 + 380 - 50 + 8$