

SEPARATAS DE TANTO POR CIENTO

DEFINICIÓN: Se denomina porcentaje o tanto por ciento a una determinada cantidad con relación a 100 unidades. Así por ejemplo si decimos que el 70 por ciento de las respuestas de un examen son correctas, significa que de 100 preguntas, 70 son correctas.

Se puede utilizar también la expresión 70% o 70/100 en vez de la frase 70 por ciento.

Ejemplo:

De 100 personas que viajan en un ómnibus; 30 son blancos

Luego:



30 por cada 100 personas son blancas

30 por cada ciento de personas son blancas

30 por ciento de personas son blancas



30% del # de personas son blancas

En general: $100 \leftrightarrow N$

$a \leftrightarrow P$

de donde: $P = \frac{a}{100} \times N$

P = El "a" por ciento de "N"

$P = a \% \text{ de}$

a% : tanto por ciento

N : cantidad

P : porcentaje

CASOS PARA EL CÁLCULO DEL PORCENTAJE

I. Dados el tanto y la cantidad, hallar el porcentaje.

Ejemplo 1: Hallar el 28% de 50.

$$28\% \text{ de } 50 = \frac{28}{100} \times 50 = 14$$

Ejemplo 2: Hallar el 15% de 60.

$$\text{El } 15\% \text{ de } 60 = \frac{15}{100} \times 60 = 9$$

II. Dados el tanto y el porcentaje, hallar la cantidad.

Ejemplo 1: ¿El 28% de qué número es 14?

$$\frac{28}{100} \cdot N = 14$$

$$N = \frac{14 \cdot 100}{28} = 50$$

Ejemplo 2: ¿De qué número, será 9, el 15%?

$$\frac{15}{100} \cdot N = 9$$

$$N = \frac{9 \cdot 100}{15} = 60$$

III. Dados la cantidad y el porcentaje, hallar el tanto.

Ejemplo 1: ¿Qué porcentaje de 3 000 representa 45?

$$x\% \cdot (3000) = 45 \rightarrow \frac{x}{100} \cdot (3000) = 45$$

$$x = 1,5$$

Porcentaje de Porcentaje:

* El 20% del 10% de 40% es:

$$\frac{20}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot 40\% = \frac{8}{10}\%$$

* El 50% del 30% de 60% es:

$$\frac{50}{100} \cdot \frac{30}{100} \cdot 60\% = 9\%$$

* El a% del b% de c%

$$\frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} \cdot c\% = \frac{abc}{10\ 000}\%$$

Tanto por ciento de una cantidad:

* El 20% de 30 = $\frac{20}{100} \cdot 30 = 6$

* El 60% del 10% de 500 es = $\frac{60}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot 500 = 30$

OPERACIONES CON PORCENTAJE

- * $20\% A + 30\% A = 50\% A$
- * $70\% B - 30\% B = 40\% B$
- * $m + 10\% m = \underbrace{100\%}_1 m + 10\% m = 110\%$
- * $N - 30\% N = 70\% N$
- * $2A + 10\% A = 210\% A$
- * $20\% \text{ más} = 120\%$
- * $5\% \text{ menos} = 95\%$
- * $3(20\% a) = (3 \times 20)\% a = 60\% a$
- * $20\% (a + b) = 20\% a + 20\% b$
- * $80\% b \div 20\% b = \frac{80\% b}{20\% b} = 4$
- * $60\% a \div 2 = (60 \div 2)\% a = 30\% a$

Observación:

Pierdo	Queda
10%	90%
75%	25%
8%	92%
40%	60%

Gano	Tengo
20%	120%
30%	130%
80%	180%
100%	200%

PRACTICA DE CLASE

01. Hallar el 48% de 625
02. Hallar el 30% de 20% de 800
03. Hallar el 25% menos de 120
04. Hallar el 40% más de 60
05. ¿El 80% de que número es 72?
06. ¿Qué % de 625 es 25?
07. De los 150 alumnos de un colegio particular , 27 son niñas. Hallar el porcentaje de varones.
08. El año pasado el equipo de fútbol de la escuela ganó 60 partidos. Este año ganó 90 partidos. ¿Cuál fue el tanto por ciento de aumento?
09. El 8% de los 2400 alumnos de un colegio, se moviliza en bicicleta ¿cuántos alumnos de ese colegio se movilizan en bicicleta?
10. En un desfile escolar participan 396 alumnos, que representan el 22% de la totalidad de alumnos del colegio. ¿Cuántos alumnos tiene el colegio?
11. De los 1800 socios de una cooperativa sólo 252 tienen casa propia. ¿Qué porcentaje de los socios de esa cooperativa tienen casa propia?
12. Sergio ha leído 60 páginas de un libro de 500 páginas. ¿Qué tanto por ciento del libro ha leído?

EJERCICIOS

01. Hallar el 10 % más del 20% menos del 30% más de 4000.
a) 144 b) 4576 c) 4567 c) N.a.
02. Hallar el 20% de 40% de 200
a) 16 b) 18 c) 20 c) N.a.
03. Luis compra un par de zapatos en s/150 y los vende por s/120
Hallar el % de pérdida
a) 40% b) 30% c) 20% c) N.a.
04. Tenía 40 cuadernos, mi amigo Franco le di el 20% , a mi amigo Enrique el 30% y a mi amiga Milagros el 40% . ¿Cuántos cuadernos me quedan?
a) 6 b) 8 c) 4 d) N.a.

05. De 460 frutas, 115 son papayas. ¿Qué % de las frutas no son papayas?

- a) 25% b) 75% c) 45% d) N.a.

TAREA

01. Hallar el 40% de 320

02. ¿240 es el 30% de que número?

03. ¿80, que porcentaje representa de 400?

04. El 80% del 175 por mil de N. ¿ Qué porcentaje del 36% del 4 por 9 de N es ?

05. Si un tirador convierte 17 blancos consecutivos. ¿Cuántos tiros consecutivos debe fallar enseguida para que su eficiencia sea del 85% ?

06. En una granja el 25% de pavos es igual al 70% de los conejos . Si se cuentan las patas de los conejos y pavos se halla un total de 480 . ¿ Cuántos conejos hay en la granja ?

Tanto por ciento

I. APLICACIONES COMERCIALES:

$$P_v = P_c + G_{BRUTA}$$

P_v : precio de venta

P_c : precio de costo

G_{BRUTA} : ganancia

Ejemplo:

Una sortija se vende en 250 soles; ganando el 25% del costo. ¿Cuál fue su costo?

Resolución:

$$250 = P_c + 25\% P_c$$

$$250 = 125\% P_c$$

$$250 = \frac{125}{100} P_c$$

$$200 = P_c$$

$$P_v = P_c - PERDIDA$$

Ejemplo:

Un reloj se vendió en 56 soles; perdiendo el 30% del precio de costo. ¿Cuánto costó el reloj?

Resolución:

$$56 = P_c - 30\% P_c$$

$$56 = 70\% P_c$$

$$56 = \frac{70}{100} P_c$$

$$80 = P_c$$

Ejemplo:

¿Qué % se gana lo que se vende en 120 soles lo que ha costado 96 soles?

Resolución:

$$* G_{BRUTA} = 120 - 96 = 24 \text{ soles}$$

$$* x\% (P_c) = G_{BRUTA}$$

$$* x \% (96) = 24$$

$$\frac{x}{100} (96) = 24$$

$$x = 25\%$$

∴ Se gana el 25%

$$P_L = P_V + \text{DESCUENTO}$$

P_L : Precio fijado ó marcado

P_V : Precio de venta

Ejemplo:

¿Cuál fue el precio de lista de una muñeca que se vendió en 160 soles; habiéndose efectuado un descuento del 20%.

Resolución:

$$P_L = 160 + 20\% P_L$$

$$80\% P_L = 160$$

$$\frac{80}{100} P_L = 160$$

$$P_L = 160$$

Nota: Se descuenta un % del precio de lista (P_L).

$$G_{BRUTA} = G_{NETA} + \text{GASTOS}$$

Ejemplo:

Se vende un artículo en 360 soles ganando el 20% del costo; si la ganancia neta es de 50 soles.

Calcular los gastos que producen la venta

Resolución:

$$P_v = P_c +$$

$$360 = P_c + 20\% P_c$$

$$360 = 120\% P_c$$

$$360 = \frac{120}{100} P_c$$

$$300 = P_c$$

$$* G_{BRUTA} = 20\% (300) = \frac{20}{100} (300) = 60$$

pero:

$$G_{BRUTA} = G_{NETA} + GASTOS$$

$$60 = 50 + GASTOS$$

$$10 = GASTOS$$

PRACTICA DE CLASE

01. ¿A cómo hay que vender lo que ha costado S/. 7200 para ganar el 25% del precio de costo?
a) S/. 8000 b) S/. 9000 c) S/. 10000 d) S/. 9600 e) N.A
02. ¿A cómo hay que vender lo que ha costado S/. 12000 para ganar el 20% del precio de venta?
a) S/. 14400 b) S/. 15000 c) S/. 15600 d) S/. 13600 e) N.A
03. El precio de costo de un artículo es el 75% del precio de venta. ¿Qué porcentaje de la ganancia es el precio de venta?
a) 25% b) 75% c) 200% d) 400% e) 500%

- 04.** ¿En qué porcentaje se debe aumentar el costo de un artículo, de tal manera que aún haciendo un descuento del 20% del precio, fijado se gane el 40% del costo ?
- a) 60% b) 50% c) 70% d) 55% e) 75%
- 05.** Los $\frac{2}{5}$ de una mercancía se vende con un 6% de pérdida, la mitad del resto con un 2% de ganancia. ¿ Cuánto debe ganar en la venta del resto para ganar el 9% sobre el total de las mercancías ?
- a) 13% b) 17% c) 36% d) 24% e) 25%
- 06.** Una persona vendió dos autos en 16800 nuevos soles cada uno. En el primero ganó el 20% y en el segundo perdió el 30%. Ganó o perdió?. ¿y cuánto ?
- a) ganó S/. 4400 b) perdió S/. 4400 c) perdió S/.4000
d) ganó S/. 4000 e) N.a.
- 07.** Se vende 2 artículos en S/. 1200 cada uno. En uno de los objetos se ganó el 15 por 75 de su costo y en el otro se pierde el 10 por 70 de su costo. ¿ Cuánto se ganó o perdió ?
- a) Ganó S/. 120 b) Ganó S/. 85 c) Perdió S/. 90
d) Perdió S/. 100 e) Ni ganó ni perdió
- 08.** Se estima que una mezcladora de concreto sufre una depreciación de 10% por cada año de uso respecto al precio que tuvo al comenzar cada año. Si al cabo de 4 años su precio es \$ 131220, entonces el costo original de la mezcladora fue de:
- a) \$ 300 000 b) \$ 200 000 c) \$ 150 000 d) \$ 250 000 e) \$ 170 000
- 09.** Un comerciante compra un artículo S/. 8000 ¿Cuál debe ser el precio a que debe fijarlo para que rebajando el 20% de este precio aún gane el 30% del precio de costo ?
- a) 11 100 b) 12 250 c) 13 000 d) 13 400 e) 13 350
- 10.** Un trabajador observa que su salario ha sido descontado en un 20%. ¿Cuál debe ser el porcentaje de aumento para que reciba su salario original ?
- a) 20% b) 25% c) 30% d) 22% e) 27,5%

EJERCICIOS

- 01.** Un artículo se vende ganando el 24% de su costo; si el precio de venta fue de S/. 744. Hallar su costo.
- a) 560 b) 580 c) 600 d) 620 e) 610
- 02.** Un artículo se vende perdiendo el 8% de su costo; si el precio de venta fue S/. 575. Hallar su costo.
- a) 625 b) 630 c) 644 d) 640 e) 620

03. En qué porcentaje se debe aumentar el costo de un artículo, de tal manera que aún haciendo un descuento del 20% del precio fijado se gane el 40% del costo ?
- a) 60% b) 50% c) 70% d) 55% e) 75%
04. El precio de costo de un artículo es el 75% del precio de venta. ¿ Qué porcentaje de la ganancia es el precio de venta ?
- a) 25% b) 75% c) 200% d) 400% e) 500%
05. Un artículo cuyo precio de costo es 28000 soles se vende, ganando el 20% del precio de venta más el 20% del precio de costo. ¿Cuál es el precio de venta ? (en soles)
- a) 38000 b) 36000 c) 40000 d) 42000 e) N.a.

TAREA

01. Un vendedor recibe 168 soles de comisión por la venta de un automóvil que logró vender por la suma de 4200 soles. ¿Cuál es el porcentaje de comisión?
02. Compré una casa. Entregué S/.2380 de inicial. Si dicha cantidad es el 35% del precio ¿Cuál es el precio de la casa?
03. Una fábrica de conservas de pescado produce 2,600 000 latas de sardinas. Exporta el 65% de su producción. ¿Cuál es el número de sardinas que exporta?
04. Rosario gastó 308 soles de los 880 soles que tenía. ¿Qué porcentaje gastó?
05. Claudia gastó 6480 soles de lo que tenía. Esta suma equivale al 36% de lo que tenía. ¿Cuánto tenía?
06. Vendí un artículo en S/. 600 ganando el 20% del costo. ¿Cuánto me costo este artículo?
07. Un artículo cuyo precio de costo es S/. 2100 se vende, ganando el 30% del precio de venta. ¿A qué precio se vendió? (en soles).
08. ¿Qué porcentaje se pierde cuando se vende en 13 soles, lo que había costado 65 soles?
09. Se vende una lavadora un S/. 90 por debajo de su precio de costo. Sabiendo que esta venta ocasionó una pérdida del 30% del precio de venta. ¿Cuál fue su costo?
10. Una persona vendió dos departamentos en 8800 dólares cada uno, en el primero perdió el 20% y en el segundo ganó el 10%. En este negocio ganó o perdió?. ¿Cuánto?.

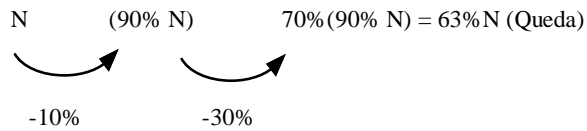
II. DESCUENTOS Y AUMENTOS SUCESIVOS:

Ejemplo 1:

¿A que descuento único equivale dos descuentos sucesivos del 10 % y 30% de una cantidad?

Resolución:

Sea "N" la cantidad inicial:



$$\text{Descuento} = 100\% - 63\% = 37\%$$

Otra forma:

(-) (-)

10% y 30% de N

$$\rightarrow 90\% \cdot 70\% N = 63\%N$$

$$\therefore Du = 100\% - 63\% = 37\%$$

Ejemplo 2:

¿A que aumento único equivalen tres aumentos sucesivos del 10%; 20% y 50% de una cantidad?

Resolución:

(+) (+) (+)

10% ; 20% y 50%

$$\rightarrow \frac{110}{100} \cdot \frac{120}{100} \cdot 150\% = 198\%$$

$$\therefore \text{Aumento único} = 198\% - 100\% = 98\%$$

PRACTICA DE CLASE

01. Dos aumentos sucesivos del 20% y 20% respectivamente, equivale a uno solo de:
a) 40% b) 20% c) 44% d) 38% e) N.a.
02. Tres descuentos sucesivos del 10%, 20% y 30%, equivalen a un descuento único de:
a) 60% b) 40% c) 50,4% d) 49,6% e) N.a.
03. Si el precio de un par de zapatos luego de habersele hecho dos descuentos sucesivos del 10% y 30% es de 63 soles. ¿Cuál fue el precio que tenía antes de dichos descuentos?.
a) 120 b) 150 c) 100 d) 200 e) N.a.

- 04.** Si a un artículo que tiene un precio de 15000 soles, se le hacen dos descuentos sucesivos del 30% y el 20%, se obtienen finalmente un precio de: (en soles).
- a) 12000 b) 9600 c) 7800 d) 8400 e) N.a.
- 05.** El precio de un artículo es 1200 soles y se le hacen 2 recargos sucesivos del 20% y del 30%. ¿Cuál será el nuevo precio del artículo luego de los recargos ? (en soles)
- a) 1872 b) 672 c) 1800 d) 1672 e) N.a.
- 06.** Roxana compra un artículo por el cual le ofrecen realizar dos descuentos sucesivos del 20% y 30%. Calcule cuanto pagó si inicialmente el artículo tenía como precio de S/. 700.
- a) 308 b) 306 c) 300 d) 400 e) N.a.
- 07.** Si el precio de un bolso, luego de haberse hecho dos aumentos sucesivos del 10% y 20% es de 1320 soles. ¿Cuál fue el precio del bolso antes de los aumentos ?. (en soles).
- a) 1200 b) 1000 c) 1100 d) 1050 e) N.a.
- 08.** Si un objeto cuesta \$ 4 280 y me hacen 2 descuentos sucesivos del 15% y 10%, entonces finalmente me descontarán.
- a) \$ 1008,50 b) \$ 1000 c) \$ 1005,80 d) \$ 1322 e) N.a.
- 09.** ¿A qué aumento único equivale los aumentos sucesivos del 5%, 10% y 20% respectivamente?
- a) 40% b) 38,6% c) 37,6% d) 38% e) 39,5%
- 10.** Cecilia compra una bolsa y le hacen dos descuentos sucesivos del 40% y del 30% del precio de venta ahorrándose así \$1160. ¿Cuál era el precio de venta inicial del bolso ?
- a) \$1560 b) \$3160 c) \$2320 d) \$2000 e) N.a.

EJERCICIOS

- 01.** ¿A qué aumento único equivale los aumentos sucesivos del 5%, 10% y 20% respectivamente ?
- a) 40% b) 38,6% c) 37,6% d) 38% e) 39,5%
- 02.** Una persona gasta el 20% de lo que tiene, luego el 30% de lo que le queda y por último gasta el 40% del nuevo resto, quedándose con tan sólo 33600 soles ¿Cuánto tenía al principio ?
- a) 85000 soles b) 87000 c) 89500 d) 96000 e) 100000
- 03.** Un trabajador observa que su salario ha sido descontado en un 20%. ¿Cuál debe ser el porcentaje de aumento para que reciba su salario original ?
- a) 20% b) 25% c) 30% d) 22% e) 27,5%

04. Janelly compra una bolsa y le hacen dos descuentos sucesivos del 40% y del 30% del precio de venta ahorrándose así \$116. ¿Cuál era el precio de venta inicial del bolso ?

- a) \$ 156 b) \$316 c) \$232 d) \$200 e) N.a.

05. El precio de un artículo aumenta en "n%" y al nuevo precio se le disminuye en un (100 – n)%. Calcular el valor de n, si el precio final es el 96% del inicial.

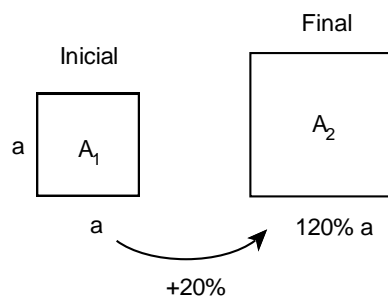
- a) 50 b) 60 c) 63 d) 68 e) 70

III. VARIACIÓN PORCENTUAL:

Ejemplo 1:

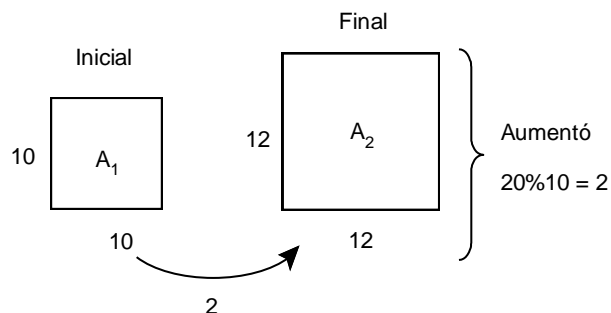
Si el lado de un cuadrado aumenta en 20% ¿En que porcentaje aumenta su área?

Resolución



Otra forma:

* Se asume al lado inicial diez



→ **El área:**

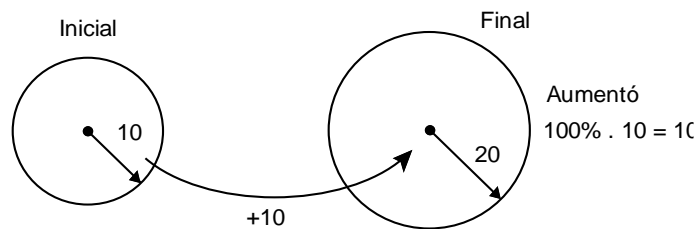
$$A_1 = 10^2 \rightarrow A_1 = 100$$

$$A_2 = 12^2 \rightarrow A_2 = 144$$

∴ Aumentó en 44%

Ejemplo 2:

Si el radio de un círculo aumenta en 100%, ¿en que porcentaje aumenta su área?



→ **El área:**

$$A_1 = \pi(10^2)$$

$$A_2 = \pi(20^2)$$

$$A_1 = 100\pi \quad A_2 = 400\pi$$

Aumenta en 300%

PRACTICA DE CLASE

01. Si el lado de un cuadrado aumenta en 20%. ¿En qué porcentaje aumenta su área?

- a) 20% b) 30% c) 36% d) 44% e) 48%

02. Si la base de un triángulo se triplica y su altura se duplica. ¿En qué porcentaje aumenta su área?

- a) 200% b) 300% c) 400% d) 500% e) 600%

03. Si el largo de un rectángulo se aumenta en 30%. ¿En qué % debe disminuir el ancho para que el área disminuya en 9%?

- a) 28% b) 25% c) 32% d) 30% e) 35%

- 04.** ¿En qué porcentaje varía el volumen de un cilindro cuando su altura se reduce en 25% y la longitud del radio de la base aumenta en 20%?
- a) aumenta en 8% b) disminuye en 8% c) aumenta en 12%
d) disminuye en 8% e) no varía
- 05.** Al lado de un cuadrado le disminuyo sucesivamente su 25% y 28%, entonces la variación que experimenta su área será:
- a) aumenta en 70,84% b) 78,4% c) disminuye en 46%
d) disminuye en un 70,84% e) ninguna de las anteriores
- 06.** El largo de un rectángulo se disminuye en un 20% de su longitud. En cuánto tendrá que aumentarse el valor de la longitud del ancho, para que el área permanezca invariable?
- a) 40% b) 50% c) 35% d) 37,5% e) 25%
- 07.** La expresión $E = 2x^2y^3$, que variación sufre cuando “x” disminuye hasta su 75% e “y” aumenta en un 10%.
- a) aumenta en un 5% b) disminuye en un 5% c) aumenta en sus $7/40$
d) disminuye en $7/40$ e) N.A.
- 08.** Se tienen 5 litros de alcohol al 80%. ¿Cuántos litros de agua se necesitan aumentar para rebajarlo al 25%?
- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14
- 09.** En un depósito de forma cilíndrica el radio se aumenta el 10%. ¿En qué porcentaje será necesario disminuir su longitud para que el volumen no varíe?
- a) 13,7% aproximadamente b) 12% aproximadamente
c) 17,4% aproximadamente d) 14,2% aproximadamente
e) N.A.
- 10.** Si un cuadrado de 100 m^2 de área se reduce a uno de 16 m^2 , el perímetro del nuevo cuadrado será el:
- a) 16% del anterior b) 36% del anterior c) 240% del anterior
d) 40% del anterior e) N.A.

EJERCICIOS

- 01.** Al aumentar el precio de la localidad de un espectáculo en 20% la asistencia bajó en el 10%, entonces la recaudación :
- a) no varió b) aumentó en el 10% c) aumentó en el 20%
- d) bajó en el 10% e) aumentó en el 8%
- 02.** La expresión : $A = x^2 y$ en que porcentaje varía cuando "x" aumenta hasta su 150% e "y" aumenta en un 30% .
- a) +65% b) +225% c) +125% d) +95% e) Ninguna
- 03.** El número de artículos que se pueden comprar con una suma de dinero aumentaría en 5, si se variase en 20% el precio de compra de cada artículo. ¿Cuál es dicho número de artículos ?
- a) 20 b) 18 c) 22 d) 25 e) 20
- 04.** En qué porcentaje varía el área de un triángulo equilátero si la mitad de su lado se aumenta en un 50%.
- a) 50% b) 56,25% c) 37,85% d) 52,65% e) Ninguna
- 05.** Si el largo y el ancho de un rectángulo aumenta en 20% y 25% respectivamente. Su área aumenta en 2400 m². Hallar el área inicial del rectángulo.
- a) 3600 m² b) 4800 m² c) 3200 m² d) 4500 m² e) 7200 m²

TAREA

- 01.** ¿En qué tanto por ciento aumenta el área de un cuadrado, cuando su diagonal aumenta en un 10%?
- 02.** En una conferencia, el 20% del total de hombres equivale al 40% del total de mujeres asistentes. Si se retira el 60% de mujeres, ¿Qué tanto por ciento del total de asistentes iniciales, quedará en la conferencia?
- 03.** La mitad de un número es el 20% de A, pero la tercera parte del mismo número es el 40% de N. si A y B suman 357, ¿Cuál es el valor del número indicado?
- 04.** Si la base de un triángulo se incrementa en 30% y la altura disminuye en un 20%, ¿cómo varía el área?
- 05.** Si el lado de un triángulo equilátero aumenta 30%, ¿cuál es la variación del área?

- 06.** Si el largo de un rectángulo lo aumenta en 30%. ¿En qué % debe disminuir el ancho para que el área disminuya en 9%?
- 07.** Si la longitud de una circunferencia aumenta 40%, que ocurre con el área del círculo.
- 08.** Si a un círculo le disminuyen 35% de su área, ¿en qué porcentaje habrá disminuido su radio?
- 09.** Un boxeador debe retirarse cuando tenga un 90% de triunfos. Si hasta el momento ha peleado 100 veces y ha obtenido 85 victorias, ¿cuántas peleas como mínimo debe realizar para poder retirarse?