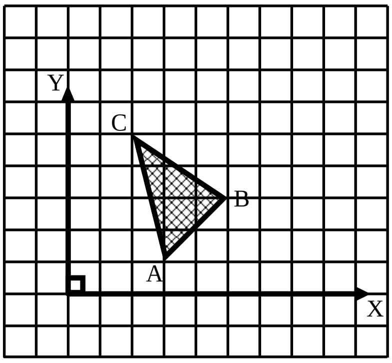
TRANSFORMACIONES

Se llama transformación al cambio de posición de una figura, de una posición inicial a otra posición final.

A la posición inicial se le llama **preimagen**.
A la posición final se le llama **imagen**.
Las transformaciones que estudiaremos son la **traslación**, la **rotación** y la **simetría**.

- **Traslación**
  La traslación es una transformación que consiste en cambiar de posición a una figura (objeto) siguiendo una dirección y sentido.

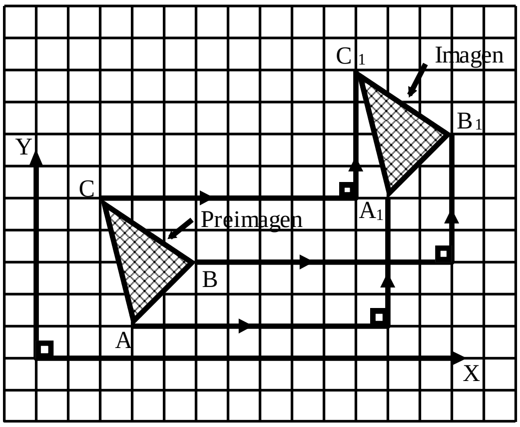
- **Traslación en el plano cartesiano**
  Traslada el triángulo de la figura, 8 cuadraditos a la derecha y 4 cuadraditos hacia arriba.



Resolución:

Pasos:

1. Trasladamos el vértice A 8 cuadraditos a la derecha y 4 cuadraditos hacia arriba.
2. La nueva posición del vértice A es el punto A_1.
3. Lo mismo hacemos con los vértices B y C.
4. El triángulo A_1 B_1 C_1 es el transformado del triángulo ABC mediante la traslación $\overrightarrow{8}$ $4\uparrow$



$\therefore\ \boxed{\Delta A_1B_1C_1 = T(\Delta ABC)}$

En una **traslación** en el plano cartesiano es necesario conocer las **coordenadas** de los puntos de la figura original, la **dirección** de la traslación indicada por una flecha y la **distancia** indicada por el número de unidades.

Usaremos el siguiente lenguaje de flechas.

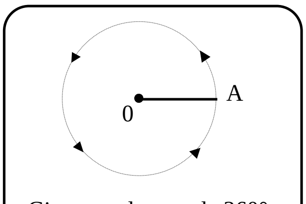
$\rightarrow$: A la derecha
$\leftarrow$: A la izquierda
$\uparrow$: Hacia arriba
$\downarrow$: Hacia abajo

Al efectuarse una traslación la figura original y la figura trasladada son congruentes.

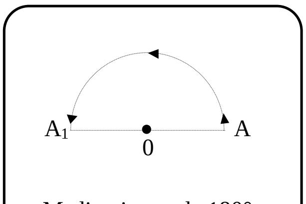
Usaremos la siguiente notación: $\overset{\rightarrow}{6}\ \ 5\uparrow$.
Lo cual significa que avanzaremos 6 cuadraditos a la derecha y 5 cuadraditos hacia arriba.

- **Rotación**

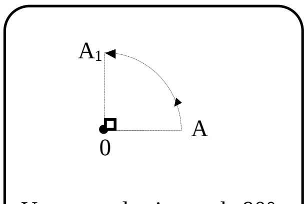
La rotación de una figura (objeto) es una transformación donde los puntos de la figura giran alrededor de un punto llamado centro de rotación, un determinado ángulo, en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj.



Giro completo es de 360°

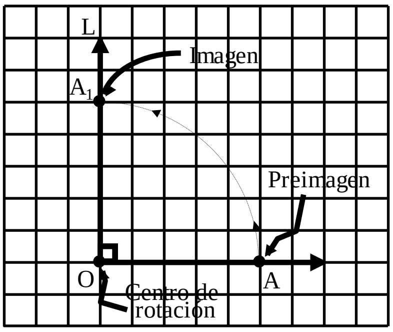


Medio giro es de 180°



Un cuarto de giro es de 90°

Ejemplo 1: Rota el punto A de la figura un ángulo de 90°, alrededor del punto "O", en sentido antihorario.



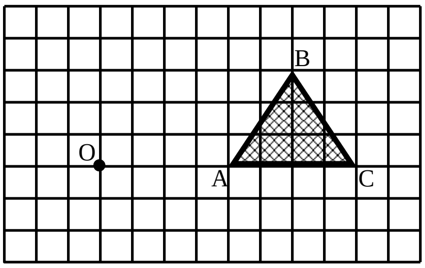
Resolución:

1. Por O y A trazamos una recta.
2. Tomando como base a dicha recta, con el transportador medimos 90°.
3. Por O trazamos una recta L que pasa por la medida de 90° del transportador.
4. Con un compás hacemos centro en O y con un radio igual a $\overline{OA}$ trazamos un arco hasta cortar a la recta L en A_1.
5. A_1 es el transformado del punto A por la rotación de centro "O" y ángulo de 90°.

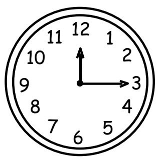
$$A_1 = R(A)$$

Se lee: A_1 es el transformado de A por la rotación de centro "O".

Ejemplo 2: Rota el triángulo ABC un cuarto de giro alrededor del punto O, en sentido antihorario.



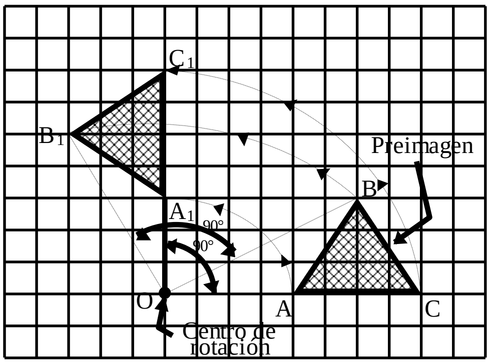
Recuerda:
Cuando la rotación es en el sentido en que se mueven las manecillas de un reloj se llama rotación **horaria**, en caso contrario se llamará rotación **antihoraria**.



Resolución:

1. Con un compás haciendo centro en O giramos un ángulo de 90° los vértices del $\triangle ABC$.
2. Obtenemos el $\triangle A_1B_1C_1$ que viene a ser el transformado del $\triangle ABC$.

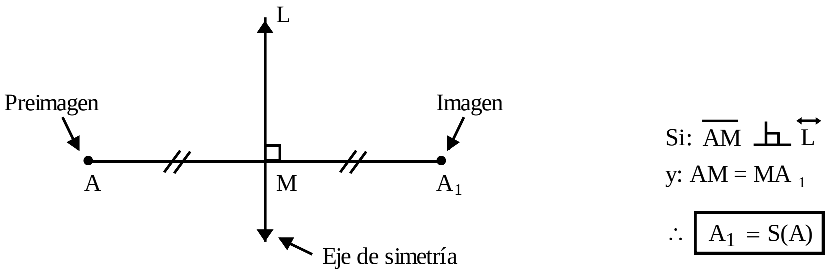
$\Delta\ A_1B_1C_1 = R(\Delta\ ABC)$



- **Simetría con respecto a una recta**

De un punto

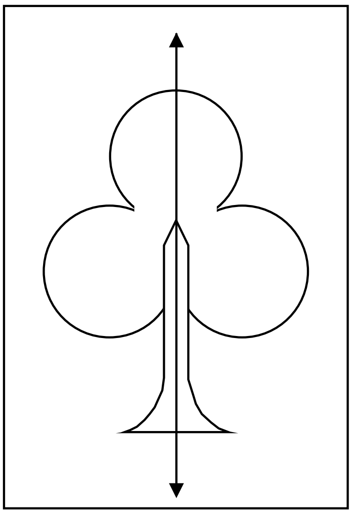
Para obtener el simétrico de un punto A con respecto a una recta L, por A se traza una perpendicular a la recta L, y sobre su prolongación se toma el punto A_1 de modo que $AM=MA_1$, entonces se dice que "A_1 es el simétrico de A con respecto a la recta L".
Se representa por: $A_1 = S(A)$
A la recta L se le llama **eje de simetría**.

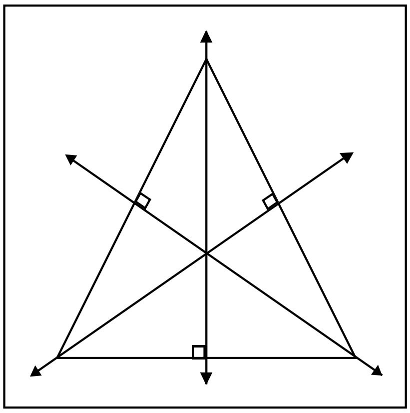


Eje de simetría de una figura

Una figura tiene un eje de simetría cuando al doblar la figura sobre el eje las dos partes de la figura coinciden. Existen figuras que tienen un solo eje de simetría, otras que tienen dos o más, pero existen figuras que no tienen ningún eje de simetría.

En las figuras que se muestran a continuación las rectas son sus ejes de simetría.

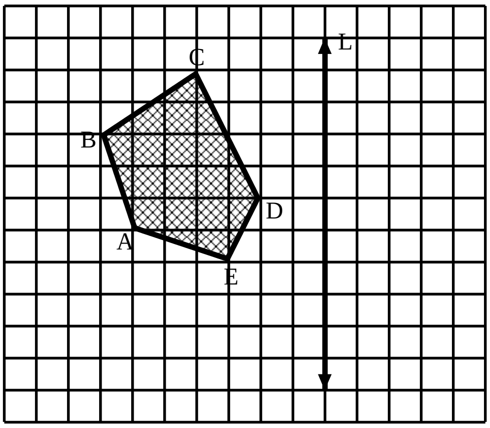




De un polígono

Para encontrar el simétrico de un polígono con respecto a una recta, se encuentran los simétricos de sus vértices y luego se les une, obteniéndose el simétrico pedido.

Ejercicio: Dibuja el simétrico del polígono ABCDE con respecto a la recta L.



Resolución:

Encontramos los simétricos de los vértices del polígono con respecto a la recta L.

$AN = NA_1 \Rightarrow A_1 = S(A)$

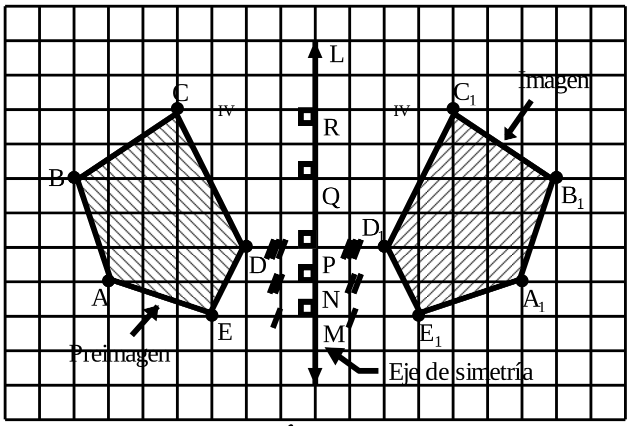
$BQ = QB_1 \Rightarrow B_1 = S(B)$

$CR = RC_1 \Rightarrow C_1 = S(C)$

$DP = PD_1 \Rightarrow D_1 = S(D)$

$EM = ME_1 \Rightarrow E_1 = S(E)$

$\therefore \boxed{A_1B_1C_1D_1E_1 = S(ABCDE)}$



PRÁCTICA

01. Los vértices de un triángulo ABC tienen coordenadas A(3;5), B(2;7) y C(5;9). Aplica la siguiente traslación $\overrightarrow{5}\ 3\uparrow$ al triángulo.

02. Aplica la traslación $\overrightarrow{8}\ 3\uparrow$ al cuadrilátero cuyos vértices tienen por coordenadas A(2;1), B(6;1), C(5;3) y D(1;3)

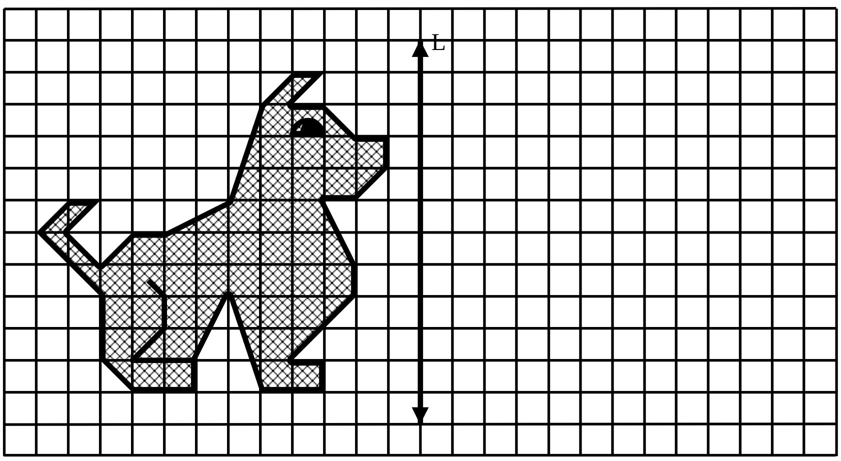
03. Aplica la traslación $\overrightarrow{9}\ 3\uparrow$ al polígono cuyos vértices tienen por coordenadas A(2;1), B(2;5), C(4;7), D(6;6), E(6;3).

04. Aplica la traslación $\overrightarrow{10}\ 9\uparrow$ al polígono cuyos vértices tiene por coordenadas A(2;1), B(2;3), C(1;6), D(4;8), E(9;7), F(8;3), G(6;3).

05. Rota el triángulo ABC que tiene por coordenadas de los vértices A(11;4), B(12;7), C(15;3) un cuarto de giro alrededor del punto F(7;2) en sentido antihorario.

06. Aplica la rotación de 180° en sentido antihorario del polígono que se forma al unir los puntos A(6;2), B(5;4), C(7;8), D(10;5) y E(9;2) alrededor del punto P(2;2).

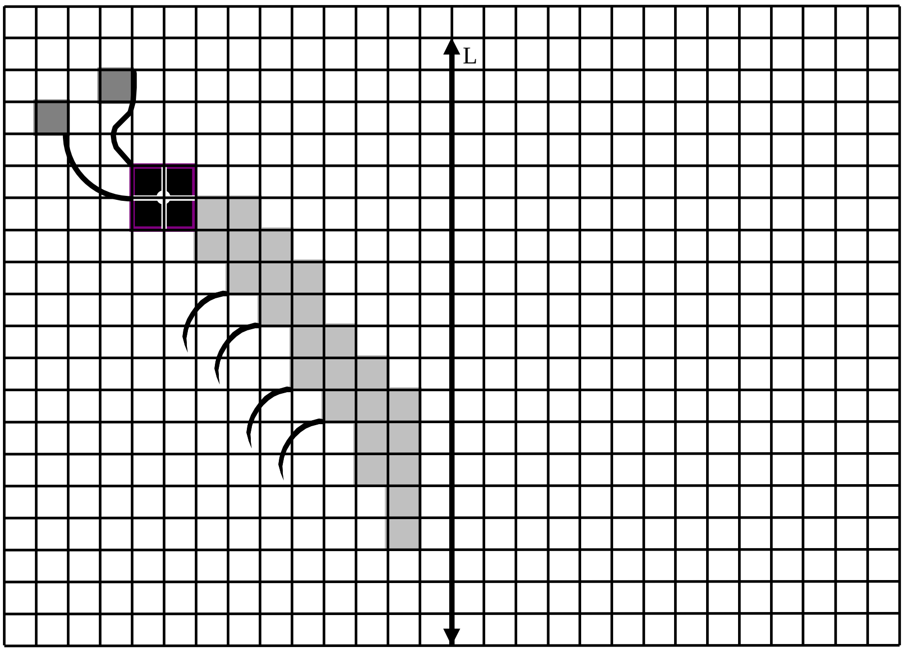
07. Dibuja el simétrico de la figura con respecto a la recta L.



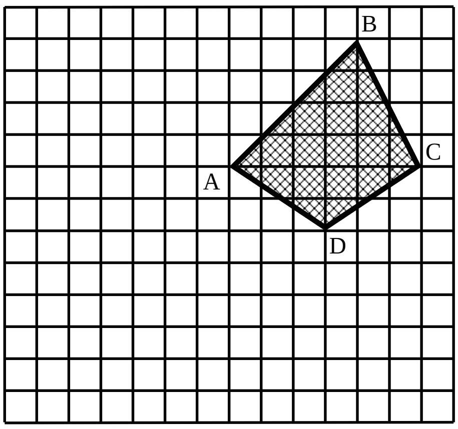
08. Las coordenadas de los vértices de un cuadrilátero son A(1;2), B(2;4), C(5;4), D(4;2), a este cuadrilátero se le aplica la traslación $\overrightarrow{8}\ 6\uparrow$ obteniéndose el cuadrilátero $A_1B_1C_1D_1$. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del cuadrilátero $A_1B_1C_1D_1$?

A_1(;) , B_1(;) , C_1(;) , D_1(;)

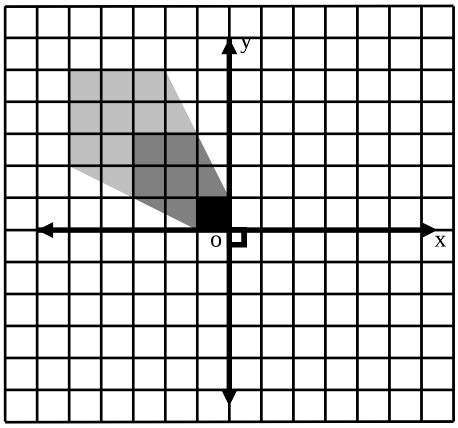
09. Dibuja el simétrico de la siguiente figura con respecto a la recta "$\overleftrightarrow{L}$".



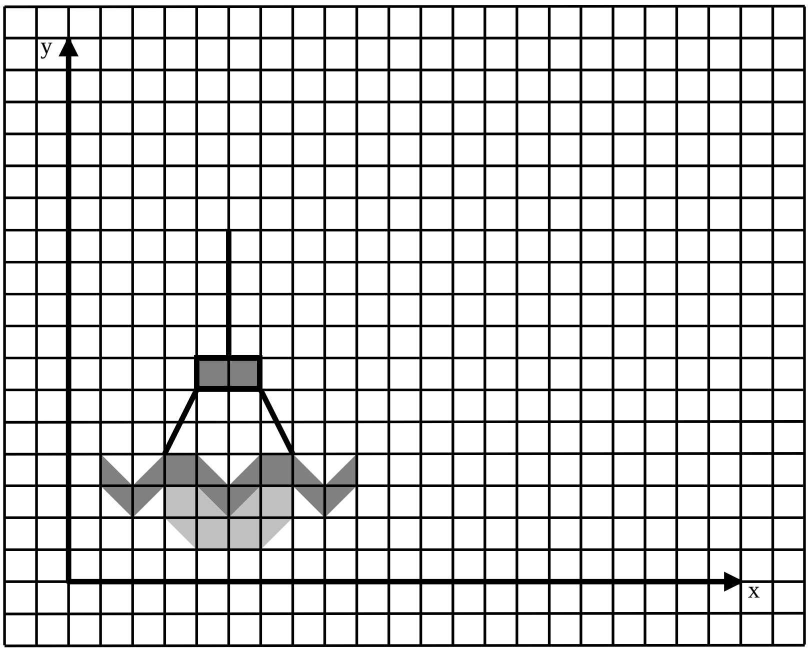
10. Encuentra la imagen del cuadrilátero ABCD, aplicando una rotación con centro en A y un ángulo de 180° en sentido antihorario.



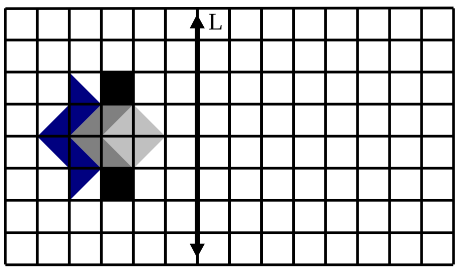
11. Halla la imagen de la figura mostrada, aplicando una rotación de centro O y un ángulo de giro de 180° en sentido horario.



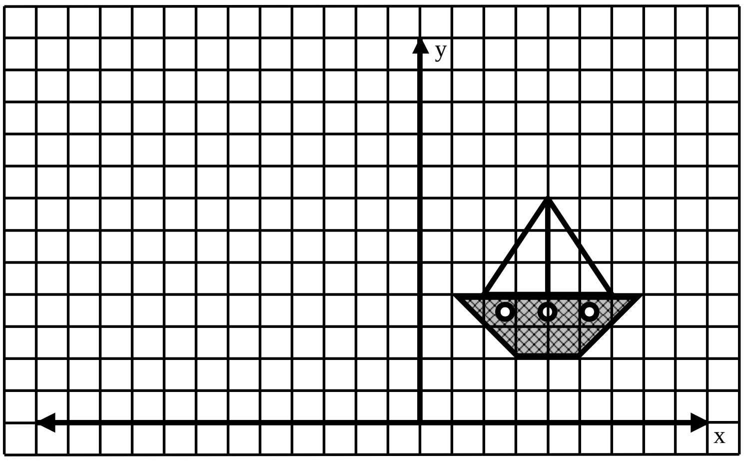
12. La figura nos muestra una lámpara tipo araña. Aplicando la traslación $\overset{\rightarrow}{11}\,4\uparrow$, dibuja la imagen de la lámpara.



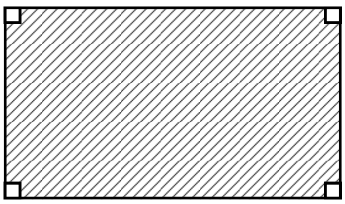
13. Traza la imagen simétrica de la figura mostrada con respecto a la recta "$\overleftrightarrow{L}$".

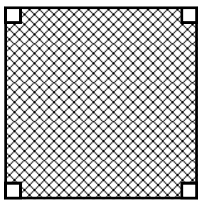


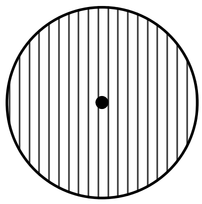
14. Dibuja la imagen de la figura mostrada, aplicando la traslación $\overleftarrow{9}\,3\uparrow$.



15. Traza todos los ejes de simetría de las siguientes figuras:

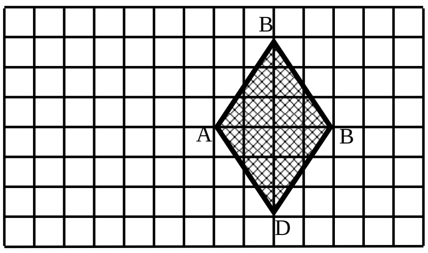






TAREA

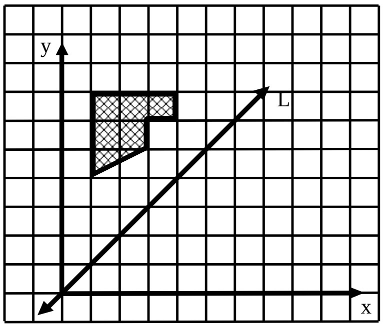
01. Rota el rombo de la figura 180° en sentido antihorario, tomando como centro de rotación el vértice A.



02. Dibuja la imagen del cuadrilátero ABCD que tiene por coordenadas A(7;1), B(11;2), C(9;5), D(7;4) aplicando la traslación $\overrightarrow{12}\;10\uparrow$.

03. Los vértices de un triángulo ABC tienen por coordenadas A(2;2), B(3;5), C(6;2). Dibuja la imagen del triángulo aplicando una rotación antihoraria de 180° y tomando como centro de rotación el origen de coordenadas.

04. Dibuja la imagen simétrica de la figura mostrada con respecto a la recta "$\overleftrightarrow{L}$".



05. Obtén la imagen del hexágono de la figura aplicando una rotación de centro A con un ángulo de giro 180° en sentido antihorario.